

УДК 539. 374

## Деформации в опытах с нагружением трубчатых образцов внутренним давлением

Н.Н. Тормахов

Институт механики НАН Украины, Киев, Украина

***Аннотация.** Особенностью экспериментов с нагружением трубчатых образцов осевой силой и внутренним давлением является неоднородность в радиальном направлении деформированного состояния рабочей части образца. При обработке данных этих опытов в силу малости толщины стенки образца по сравнению с его наружным диаметром, деформированное состояние рабочей части образца считают однородным и принимают таким, которое существует на его срединной поверхности. Предложены формулы для вычисления окружной и радиальной деформации срединной поверхности в зависимости от изменения наружного диаметра, объема материала и осевой деформации. Показано, что деформации, вычисленные по известным и предложенной методикам, мало отличаются по интенсивности, но заметно разнятся по величине отдельных компонентов и по параметру Лоде для деформаций. При больших деформациях эти расхождения достигают 35 % по отдельным компонентам и 40 % по параметру Лоде.*

***Ключевые слова:** трубчатые образцы, внутреннее давление, деформации, сложное напряженное состояние, параметр Лоде.*

### Введение

Особенностью экспериментов с нагружением трубчатых образцов осевой силой и внутренним давлением является неоднородность деформированного состояния рабочей части образца в радиальном направлении. При обработке экспериментальных данных этих опытов в силу малости толщины стенки образца  $h$  по сравнению с его наружным диаметром  $D$ , деформированное состояние рабочей части образца считают однородным и таким, какое существует на срединной поверхности его рабочей части [1]. Существуют разные методики обработки данных экспериментов с нагружением трубчатых образцов осевой силой и внутренним давлением. В данной работе предложена методика определения окружной и радиальной деформации срединной поверхности трубчатого образца в зависимости от изменения его наружного диаметра, объема материала и осевой деформации.

### 1. Малые деформации пластичных материалов

Однородно распределенную в радиальном направлении осевую деформацию  $\varepsilon_z$  трубчатого образца вычисляют по формуле [1 - 4]:

$$\varepsilon_z = \Delta l / l, \quad (1)$$

где  $l$ ,  $\Delta l$  - базовая длина рабочей части образца и ее приращение в процессе деформирования. Срединная поверхность образца в процессе эксперимента для измерения недоступна, ее окружную  $\varepsilon_\theta$  и радиальную  $\varepsilon_r$  деформации определяют по изменению наружного диаметра  $\Delta D$ . В работах [2, 3] окружные деформации определяют по формуле:

$$\varepsilon_\theta = \Delta D / D, \quad (2)$$

а в [4] по формуле:

$$\varepsilon_\theta = \Delta D / (D - h). \quad (3)$$

Если деформации образца малы, то первый инвариант тензора деформаций  $I_{1\theta}$  будет равен упругому изменению объема [1 - 4]:

$$I_{1\theta} = \varepsilon_z + \varepsilon_\theta + \varepsilon_r = \frac{1-2\nu}{E}(\sigma_z + \sigma_\theta + \sigma_r), \quad (4)$$

где  $E$  - модуль упругости,  $\nu$  - коэффициент Пуассона. Радиальную деформацию  $\varepsilon_r$  в этом случае можно определить из (4):

$$\varepsilon_r = \frac{1-2\nu}{E}(\sigma_z + \sigma_\theta + \sigma_r) - \varepsilon_z - \varepsilon_\theta, \quad (5)$$

Формулы (2) и (3) для  $\varepsilon_\theta$  несут систематическую погрешность, т. к. в (2) за окружную деформацию принимают деформацию не срединной, а наружной поверхности образца, а в (3) приращение наружного диаметра относят к величине среднего диаметра. Соответственно, и радиальная деформация, вычисленная согласно (5), будет содержать систематическую погрешность.

Т.к. средний диаметр образца до деформации равен  $(D-h)$ , а в деформированном состоянии –  $[D + \Delta D - h(1 + \varepsilon_r)]$ , то приращение среднего диаметра будет равно  $(\Delta D - h\varepsilon_r)$ . Следовательно, окружную деформацию  $\varepsilon_\theta$  трубчатого образца на срединной поверхности можно вычислить по формуле:

$$\varepsilon_\theta = (\Delta D - h\varepsilon_r)/(D-h). \quad (6)$$

Решая систему уравнений (5) - (6) относительно  $\varepsilon_r$ , получим:

$$\varepsilon_r = \frac{(D-h)[(1-2\nu)(\sigma_z + \sigma_\theta + \sigma_r)/E - \varepsilon_z] - \Delta D}{D-2h} \quad (7)$$

Из (6) и (7) можно видеть, что окружные и радиальные деформации срединной поверхности образца зависят не только от изменения наружного диаметра, но также от величины осевых деформаций и упругого изменения объема.

## 2. Большие деформации пластичных материалов

Если деформации образца не являются малыми, то для вычисления радиальных деформаций нужно использовать условие упругого изменения объема для больших деформаций [5, 6].

$$(1 + \varepsilon_z)(1 + \varepsilon_\theta)(1 + \varepsilon_r) = 1 + (1 - 2\nu)(\sigma_z + \sigma_\theta + \sigma_r)/E, \quad (8)$$

Решая систему уравнений (6), (8) получаем следующее выражение для радиальной деформации на срединной поверхности образца при больших деформациях:

$$\varepsilon_r = \frac{D + \Delta D}{2h} \pm \sqrt{\left(\frac{D + \Delta D}{2h}\right)^2 - \frac{[1 + (1 - 2\nu)(\sigma_z + \sigma_\theta + \sigma_r)/E](D-h)}{(1 + \varepsilon_z)h}} - 1. \quad (9)$$

В табл. 1 даны результаты эксперимента с трубчатыми образцами из стали X18N10T [7], где даны величины деформаций  $\varepsilon_\theta$ ,  $\varepsilon_r$ , вычисленные по формулам приведенным выше. По величинам деформации определена их интенсивность  $\varepsilon_u$ :

$$\varepsilon_u = \frac{\sqrt{2[(\varepsilon_z - \varepsilon_r)^2 + (\varepsilon_r - \varepsilon_\theta)^2 + (\varepsilon_\theta - \varepsilon_z)^2]}}{3} \quad (10)$$

и параметр Лоде для деформированного состояния  $\lambda_\varepsilon$ :

$$\lambda_\varepsilon = 2(\varepsilon_2 - \varepsilon_3)/(\varepsilon_1 - \varepsilon_3) - 1, \quad (11)$$

где  $\varepsilon_1 > \varepsilon_2 > \varepsilon_3$  - главные деформации. Ссылки на формулы, по которым вычисляли окружные и радиальные деформации, представлены в первом столбце таблицы, сами величины для малой деформации приведены в столбцах 2 – 5, а для большой - в столбцах 6 -9.

Таблица 1

**Величины окружных, радиальных деформации, интенсивности деформации и параметра Лоде при вычислении их по разным формулам**

| Формулы для определения $\varepsilon_\theta$ и $\varepsilon_r$ . | $\Delta D = -0,15$ мм; $\varepsilon_z = 0,026$ ;<br>$\sigma_z = 399$ МПа; $\sigma_\theta = 141$ МПа;<br>$\sigma_r = -6,6$ МПа. |                 |                 |                       | $\Delta D = -1,27$ мм; $\varepsilon_z = 0,373$ ;<br>$\sigma_z = 869$ МПа; $\sigma_\theta = 296$ МПа;<br>$\sigma_r = -11,6$ МПа. |                 |                 |                       |
|--|--|-----------------|-----------------|-----------------------|---|-----------------|-----------------|-----------------------|
|  | $\varepsilon_\theta$   | $\varepsilon_r$ | $\varepsilon_u$ | $\lambda_\varepsilon$ | $\varepsilon_\theta$  | $\varepsilon_r$ | $\varepsilon_u$ | $\lambda_\varepsilon$ |
| (5), (2)   | -0,0068  | -0,0179         | 0,0262          | -0,496                | -0,0612   | -0,2569         | 0,2168          | -0,323                |
| (5), (3)   | -0,0071  | -0,0176         | 0,0261          | -0,521                | -0,064  | -0,2541         | 0,2151          | -0,339                |
| (5), (7)   | -0,0063  | -0,0185         | 0,0264          | -0,455                | -0,0519   | -0,2662         | 0,2225          | -0,270                |
| (5), (9)   | -0,0063  | -0,0179         | 0,0260          | -0,474                | -0,055  | -0,1965         | 0,1727          | -0,454                |

Определение деформаций  $\varepsilon_\theta$ ,  $\varepsilon_r$  по формулам: (5), (2); (5), (3); (5), (7) или (5), (9) меньше сказывается на величине интенсивности деформаций, и сильнее влияет на отдельные компоненты тензора деформаций и параметр Лоде. Особенно это относится к большим деформациям. Расхождение интенсивности деформаций не превышает величины 2 % при малых деформациях и 23 % при больших. Расхождение по величине отдельных компонентов тензора деформации достигает 13 % при малых и 35 % при больших деформациях. Расхождение величин параметра Лоде составляет величину 10 % при малых и 40 % при больших деформациях.

**Выводы**

Деформированное состояние рабочей части трубчатых образцов в случае их нагружения внутренним давлением неоднородно в радиальном направлении, однако в силу малости толщины стенки образца при обработке экспериментальных данных его можно считать однородным и отождествлять с деформированным состоянием слоя материала на срединной поверхности образца. Так как срединная поверхность рабочей части образца для измерений недоступна, то ее окружные и радиальные деформации определяют по деформации наружной поверхности. Существующие методики определения радиальных и окружных деформаций несут систематическую погрешность, т. к. либо определяют деформацию наружной поверхности вместо срединной, либо относят деформацию наружной поверхности к размерам срединной. Предложена методика определения окружных и радиальных деформаций по величине приращения наружного диаметра, осевой деформации и упругого изменения объема при малых и больших деформациях. Сравнивая известные и

предложенную методику определения окружных и радиальных деформаций по этим методикам можно сделать вывод, что результаты расчетов интенсивности деформаций мало отличаются по величине. Расхождение по интенсивности деформаций не превышает величины 2 % при малых деформациях и 23 % при больших. Расхождение по величине отдельных компонентов деформации достигает величины 13 % при малых деформациях и 35 % при больших. Расхождение величин параметра Лоде для деформаций составляет величину 10 % при малых и 40 % при больших деформациях.

## Deformations in experiments with loading of tubular specimens with internal pressure

N.N. Tormakhov

**Abstract.** *The peculiarity of experiments with the loading of tubular specimen with axial force and internal pressure is the heterogeneity in the deformed state of the specimens working part in the radial direction. In processing of these data experiments due to the smallness of the thickness of the specimen wall in comparison with its outer diameter, the deformed state of the specimens working part as homogeneous is considered and taken as that exists on its median surface. The formulas for calculating the circumferential and radial deformation of the median surface by changing the outer diameter, material volume and axial deformation are proposed. It is shown that the deformations calculated by the known and proposed methods differ little in intensity, but differ markedly in the volume of the individual components and the Lode parameter for deformations. For large deformations, these discrepancies reach 35% for individual components and 40% for the Lode parameter.*

**Key words:** *tubular specimens, internal pressure, deformations, complex stress state, Lode parameter*

## Деформації в дослідах з навантаженням трубчастих зразків внутрішнім тиском

М.М. Тормахов

**Анотація.** *Особливістю експериментів з навантаженням трубчастих зразків осьюою силою і внутрішнім тиском є неоднорідність в радіальному напрямку деформованого стану робочої частини зразка. При обробці даних цих дослідів в наслідок малості товщини стінки зразка в порівнянні з його зовнішнім діаметром, деформований стан робочої частини зразка вважають однорідним і приймають таким, який існує на його середній поверхні. Запропоновано формули для обчислення колової і радіальної деформації середньої поверхні в залежності від зміни зовнішнього діаметра, об'єму матеріалу і осьюої деформації. Показано, що деформації, обчислені за відомими і запропонованою методиками мало відрізняються за інтенсивністю, але помітно різняться за величиною окремих компонентів і по параметру Лоде для деформації. При великих деформаціях ці розбіжності досягають 35% за окремими компонентами і 40% по параметру Лоде.*

**Ключові слова:** *трубчасті зразки, внутрішній тиск, деформації, складний напружений стан, параметр Лоде*

## Список литературы

1. Тормахов Н.Н. Методика испытания трубчатых образцов при повышенной температуре // Заводская лаборатория. Диагностика материалов, 2014, №4, с. 67-68.
2. Гігняк Ф.Ф., Лебедев А.О., Шкодзінський О.К. Міцність конструкційних матеріалів при малоцикловому навантаженні за умов складного напруженого стану. - Киев: Наук. думка. – 2003. – 270 с.
3. Каминский А.А., Бастун В.Н. Деформационное упрочнение и разрушение металлов при переменных процессах нагружения. - Киев: Наук. думка. – 1985. – 168 с.
4. Писаренко Г.С., Лебедев А.А. Деформирование и прочность материалов при сложном напряженном состоянии. - Киев: Наук. думка. – 1976. – 416 с.
5. Гузь А.Н. Устойчивость упругих тел при конечных деформациях. – Киев: Наук. думка. - 1973. – 270 с.
6. Новожилов В.В. О связи между напряжениями и деформациями в нелинейно упругой среде // Прикладная математика и механика, 1951, XV, в. 2. – С. 183 – 194.
7. Шевченко Ю.Н., Терехов Р.Г., Тормахов Н.Н. Конкретизация скалярных функций тензорнелинейных определяющих уравнений в теории пластичности / Прикладная механика, 36, 2000, №10, С. 75-84.