

УДК 539.3

Щодо розв'язку задач кінетики розповсюдження тріщин втомі в нескінченних пластинах за умов двовісного розтягу-стиску

Плащинська А.В.

Інститут механіки ім. С.П.Тимошенка НАН України, м. Київ, Україна

Анотація Розглянуто задачу кінетики розповсюдження тріщин втомі в тонких нескінченних ізотропних пластинах з концентратором напружень при зовнішньому двовісному симетричному розтягу-стиску. Система визначальних співвідношень задачі побудована на основі сумісного розгляду концепцій механіки руйнування та механіки неперервного пошкодження. Плоский напружений стан в околі вершини тріщини зведено до еквівалентного одновісного за допомогою критерію еквівалентного коефіцієнту інтенсивності напружень. Співвідношення для визначення тривалості інкубаційної стадії та стадії розповсюдження тріщин втомі отримані з розв'язку нелінійного інтегрального рівняння руху фронту руйнування від втоми. Для пластин з концентратором напружень у вигляді кругового отвору, які виготовлені з алюмінієвих сплавів 2024-T3 та 7075-T6, побудовано розрахункові залежності довжини тріщини втомі від числа циклів навантаження при варіюванні коефіцієнту двовісності навантаження.

Ключові слова: тріщина втомі; двовісне циклічне навантаження; пошкодження; круговий отвір.

Вступ. Прогнозування безпечних термінів експлуатації тонколистових елементів конструкцій, що знаходяться в умовах багатовісного циклічного навантаження – актуальна проблема для машинобудування, авіаційної та енергетичної галузей. Одним зі шляхів вирішення цієї задачі є побудова теоретичних моделей процесу руйнування від втоми. В роботах [1, 2] на основі сумісного розгляду концепцій механіки руйнування та механіки неперервного пошкодження отримано визначальні співвідношення двостадійної моделі розповсюдження тріщин втомі в тонких пластинах при одновісному симетричному та асиметричному циклічному навантаженнях. Метою даної роботи є поширення зазначеної вище моделі для умов двовісної втоми та застосування її для розв'язку задачі про кінетику розповсюдження тріщин втомі, що виходять з концентратора напружень, в тонкій нескінченній ізотропній пластині при двовісному симетричному розтягу-стиску.

Постановка задачі. Розглянемо нескінченну алюмінієву пластину з круговим отвором радіуса r , з контуру якого виходять дві симетрично розташовані вздовж осі OX тріщини початкової довжини ℓ_0 (рис. 1). Пластина знаходиться в умовах зовнішнього двовісного

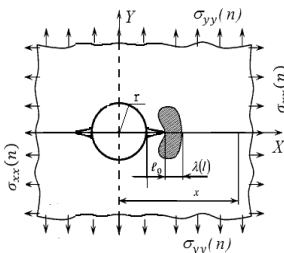


Рис. 1. Нескінченна пластина з круговим отвором та двома симетричними тріщинами при двовісному розтягу-стиску

розтягу-стиску

$$\begin{cases} \sigma_{ij}(n) = (\sigma_a)_{ij} \sin(2\pi n) \\ (\sigma_{\max})_{ij} = (\sigma_a)_{ij} < \sigma_Y, \end{cases} \quad (1.1)$$

де $i = j = 1, 2$ ($x = 1, y = 2$), $(\sigma_a)_{ij}$ – амплітуди циклічних напружень; σ_Y – межа течії, n – число циклів навантаження. В (1.1) вважаємо, що амплітуди циклічних напружень $(\sigma_a)_{ij}$ не залежать від числа циклів навантаження (стаціонарний режим) і прикладаються з частотою 10 Гц. Максимальні напруження $(\sigma_{\max})_{ij}$ в циклі не перевищують межі течії матеріалу σ_Y (багатоциклова втомі). У цьому випадку основний масив пластины деформується лінійно-пружно до руйнування, а руйнування пластины внаслідок втоми є квазікрихким.

В якості основного механізму, який контролює процес розповсюдження тріщин втомі в пластинах, розглядаємо процес накопичення пошкоджень від втоми вздовж фронту тріщини. Вважаємо, що в кожній довільній точці x фронту руйнування в момент часу n накопичуються пошкодження від втоми $\omega \in [0,1]$, кінетика накопичення яких задається еволюційним рівнянням

$$\frac{\partial \omega(x, n)}{\partial n} = D \left[\frac{(\Delta \sigma_{eqv}(x, n))^q}{1 - \omega(x, n)} \right] \quad (1.2)$$

з граничними умовами

$$\begin{cases} \max\{\omega[\ell_0 + \lambda(\ell_0), \theta, n]\} = 1; & 0 \leq n \leq n_*; \\ \max\{\omega[\ell(n) + \lambda(\ell(n)), \theta, n]\} = 1; & 0 \leq n \leq n_*, \end{cases} \quad (1.3)$$

де n_* – тривалість інкубаційної стадії.

В рівнянні (1.2) плоский напружений стан в околі тріщини зведений до еквівалентного однорізного напруженого стану $\Delta \sigma_{eqv}(x, n)$ за допомогою критерію еквівалентного коефіцієнту інтенсивності напружень [3]

$$\Delta K_{eqv}(\ell(n)) = \left(\Delta K_I^4(\ell(n)) + 8 \Delta K_{II}^4(\ell(n)) \right)^{\frac{1}{4}}, \quad (1.4)$$

де ΔK_I , ΔK_{II} – розмахи коефіцієнтів інтенсивності напружень тріщин I та II типу, відповідно.

Напрямок θ траєкторії руху тріщини можемо визначити за допомогою критерію максимальних дотичних напружень (MTS) [4]

$$\Delta K_I(\ell(n)) \sin \theta + \Delta K_{II}(\ell(n)) (3 - \cos \theta) = 0 \quad (1.5)$$

Інтегрування (1.2) з врахуванням двостадійності процесу втоми приводить до нелінійного інтегрального рівняння руху фронту тріщини втоми у вигляді

$$1 - (1 + q)D \int_0^{n_*} \left[\frac{\Delta K_{eqv}(\ell_0)}{\sqrt{2\pi(\ell(n) + \lambda(\ell(n)) - \ell_0)}} \right]^q d\tau = (1 + q)D \int_{n_*}^n \left[\frac{\Delta K_{eqv}(\ell(\tau))}{\sqrt{2\pi(\ell(n) + \lambda(\ell(n)) - \ell(\tau))}} \right]^q d\tau \quad (1.6)$$

де довжину пластичної зони визначаємо зі співвідношення [5]

$$\lambda(\ell(n)) = \frac{\pi}{8} \left[\frac{\Delta K_{eqv}(\ell(n))^2}{4\sigma_Y} \right] \quad (1.7)$$

За методикою розв'язку, викладеного в [1,2] отримуємо систему визначальних рівнянь двостадійної моделі розповсюдження тріщини втоми при двохісному симетричному розтягу-стиску

$$\begin{cases} \frac{d\ell}{dn} = \left(1 + \frac{1}{q}\right) D \frac{(4\sigma_Y)^{q-2}}{(\pi)^{q-1}} [\Delta K_{eqv}(\ell(n))]^2 \\ n_* = \frac{1}{(1+q)D} \left(\frac{\pi}{4\sigma_Y} \right)^q, \end{cases} \quad (1.8)$$

Результати розв'язку. Розглянемо нескінченні тонкі пластини (рис.1) з круговим отвором радіуса $r = 25,4 \cdot 10^{-3}$ м та двома симетричними тріщинами довжиною $\ell_0 = 2,54 \cdot 10^{-3}$ м з алюмінієвих сплавів 2024-T3 ($(\sigma_Y)_{xx} = (\sigma_Y)_{yy} = 353$ МПа; $D = 7,45 \cdot 10^{-26}$ (МПа^q·цикл.)⁻¹; $q = 8,28$) та 7075-T6 ($(\sigma_Y)_{xx} = (\sigma_Y)_{yy} = 523$ МПа; $D = 3,33 \cdot 10^{-29}$ (МПа^q·цикл.)⁻¹; $q = 9,23$). Пластини знаходяться під дією двохісного розтягу-стиску (1.1) з амплітудними напруженнями

$$(\sigma_a)_{yy} = 69 \text{ МПа}, \quad (\sigma_a)_{xx} = \zeta (\sigma_a)_{yy}, \quad (2.1)$$

де $\zeta = \frac{(\sigma_a)_{xx}}{(\sigma_a)_{yy}}$ – коефіцієнт двовісності навантаження

При симетричному циклі вважаємо, що $\Delta K_I = K_{I_{max}}, K_{I_{min}} = 0$. Згідно співвідношенням отриманим в [6], запишемо

$$\left[\begin{aligned} \Delta K_I &= (\sigma_{a,eqv})_{yy} \sqrt{\pi r} \sqrt{\frac{1-\delta^4}{4\delta}} \left\{ (1+\zeta) - (1-\zeta) \left[4 \left(\frac{1}{1+\delta^2} - 1 \right) - \left(\frac{1-\delta^2}{1+\delta^2} \right)^2 \right] \right\} \\ \Delta K_{II} &= 0 \quad \delta(n) = \left(1 + \frac{\ell(n)}{r} \right)^{-1} \end{aligned} \right. \quad (2.2)$$

Напрямок траєкторії розповсюдження тріщини згідно (1.5) здійснюється вздовж осі OX.

Співвідношення для визначення тривалості інкубаційної стадії та стадії розповсюдження тріщини отримаємо інтегруючи (1.8) та враховуючи (2.2) у вигляді

$$\left\{ \begin{aligned} n &= n_* + \frac{\pi^{q-1}}{\left(1 + \frac{1}{q}\right) D(\sigma_Y)^{q-2}} \int_{r+\ell_0}^{r+\ell} (\sigma_a)_{yy} \sqrt{\frac{\pi(1-\delta^4(n))}{4\delta(n)}} \times \\ &\times \left[(1+\zeta) - (1-\zeta) \left[4 \left(\frac{1}{1+\delta^2(n)} - 1 \right) - \left(\frac{1-\delta^2(n)}{1+\delta^2(n)} \right)^2 \right] \right]^{-2} dt; \\ n_* &= \frac{1}{(1+q)D} \left[\frac{\pi}{4\sigma_Y} \right]^q \end{aligned} \right. \quad (2.3)$$

На рис. 2 наведені отримані з системи (2.3) результати розрахунків залежності довжини

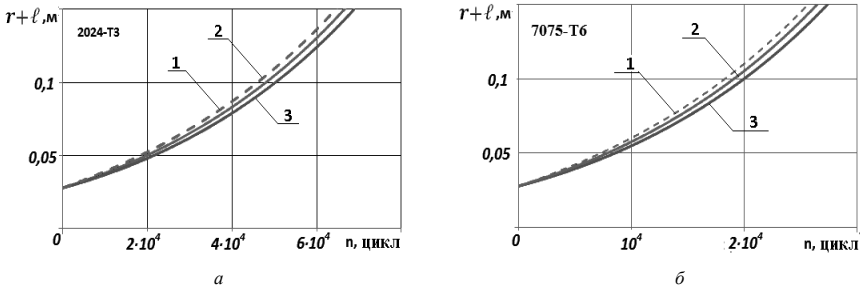


Рис. 2. Залежність $(r + \ell)$ від кількості циклів навантаження n при варіюванні коефіцієнта двовісності навантаження $\zeta = 0$ (1), $\zeta = 1$ (2), $\zeta = 2$ (3); а) сплав 2024-T3; б) сплав 7075-T6

тріщини $(r + \ell)$ від кількості циклів n двовісного розтягу-стиску для пластин з алюмінієвих сплавів 2024-T3 (рис. 2,а) та 7075-T6 (рис. 2,а) в залежності від коефіцієнту двовісності навантаження ζ ($\zeta = 0$ (1), $\zeta = 1$ (2), $\zeta = 2$ (3)).

Результати розрахунків свідчать, що зі збільшенням коефіцієнту двовісності навантаження ζ в пластині з круговим отвором та двома симетричними тріщинами (рис. 1)

спостерігається незначне, біля 10%, уповільнення розповсюдження тріщин втоми при однаковій кількості циклів навантаження.

To the prediction of the fatigue cracks propagation in infinite aluminium plates with the circular hole under biaxial tension-compression

Plashchynska A.V.

Abstract The problem of the kinetics of fatigue cracks growth in thin infinite isotropic plates with a stress concentrator under external biaxial symmetric tension-compression is considered. The system of constitutive equations of the problem is based on a joint consideration of the concepts of fracture mechanics and continuous damage mechanics. The plane stress state in the vicinity of the crack tip is reduced to the equivalent uniaxial state using the criterion of the equivalent stress intensity factor. The equations for determining the duration of the incubation period and the stage of fatigue cracks propagation are obtained from the solution of the nonlinear integral equation of motion of the fatigue fracture front. For plates with stress concentrator in the form of the circular hole from aluminum alloys 2024-T3 and 7075-T6, the calculated dependences of the fatigue crack length on the number of loading cycles are obtained by varying the biaxial loading coefficient.

Keywords: fatigue cracks; biaxial cyclic loading; damage; circular hole.

К решению задач кинетики распространения усталостных трещин в бесконечных пластинах при двухосном растяжении-сжатии

Плещинская А.В.

Аннотация Рассмотрена задача кинетики распространения усталостных трещин в тонких бесконечных изотропных пластинах с концентратором напряжений при внешнем двухосном симметричном растяжении-сжатии. Система определяющих соотношений задачи построена на основе совместного рассмотрения концепций механики разрушения и механики непрерывного повреждения. Плоское напряженное состояние в окрестности вершины трещины сведено к эквивалентному одноосному с помощью критерия эквивалентного коэффициента интенсивности напряжений. Соотношение для определения длительности инкубационного периода и стадии распространения усталостных трещин получены из решения нелинейного интегрального уравнения движения фронта усталостного разрушения. Для пластин с концентратором напряжений в виде кругового отверстия, изготовленных из алюминиевых сплавов 2024-T3 и 7075-T6, построены расчетные зависимости длины усталостной трещины от числа циклов нагружения при варьировании коэффициента нагружения.

Ключевые слова: усталостные трещины; двухосное циклическое нагружение; поврежденность; круговое отверстие.

Список літератури

1. Голуб В.П. Модель усталостного разрушения тонких изотропных пластин с трещинами при осевом нагружении / В.П.Голуб, А.В.Плещинская // Прикл. механика. – 1994. – Том 30, №7. – С. 53-63.
2. Голуб В.П. К теории роста усталостных трещин в тонких изотропных пластинах конечных размеров при одноосном растяжении-сжатии / В.П.Голуб, А.В.Плещинская // Прикл. механика. – 2018. – Том 54, №2. – С. 79-99.
3. Tanaka K. Fatigue crack propagation from a crack inclined to the cyclic tensile axis // Eng. Fract. Mech. – 1974.- N6. – P. 493-507.
4. Erdogan F. On crack extension in plates under plane loading and transverse shear / F.Erdogan, G.C.Sinh // Journal Basic Engng. – 1963.-85.-P519-525.
5. Rice J.R. Mechanics of crack tip deformation and extension by fatigue // ASTM STP 415, Fatigue Crack Propagation. – 1967. – P. 247-309.
6. Каминский А.А. Хрупкое разрушение вблизи отверстий // Киев: Наукова думка, 1982. – 160 с.

Наукові дослідження, результати яких опубліковано в даній статті, виконано за рахунок коштів бюджетної програми «Підтримка пріоритетних напрямів наукових досліджень» (КПКВК 6541230).