

УДК 539.376

Щодо розрахунку довговічності призматичних стержнів внаслідок втоми за умов двовісного комбінованого навантаження

Голуб В.П.

Інститут механіки ім. С.П.Тимошенка НАН України, г. Київ, Україна

Анотація. Розв'язується задача розрахунку довговічності суцільних призматичних стержнів внаслідок втоми за умов комбінованого навантаження симетричним циклічним розтягом-стиском та симетричним циклічним крученням, симетричним циклічним згином та симетричним циклічним крученням. Розв'язок будується на підставі моделей граничного стану, що встановлюють залежність між амплітудами нормальних та дотичних циклічних напружень у формі степеневих трансцендентних функцій. Матеріальні константи визначаються із системи базових експериментів, що містять випробування зразків матеріалу на втому за умов двох одновісних та одного двовісного із коефіцієнтом двовісності, що дорівнює одиниці, режимів циклічного навантаження. Результати розрахунків апробовано експериментально на задачах розрахунку довговічності внаслідок втоми гладких циліндричних зразків із сталі JIS SNCM8, сталі SAE 4340, сталі 30ХНЗМФА, алюмінієвого сплаву 76S-T61 та титанового сплаву ПТ-3В.

Ключові слова: призматичні стержні; двовісне циклічне навантаження; моделі граничного стану; довговічність внаслідок втоми; експериментальна апробація.

Вступ. Однією із основних причин передчасного припинення функціонування багатьох сучасних конструкцій вважається руйнування відповідальних елементів таких конструкцій внаслідок класичної або так званої багатоциклової втоми [1-3]. Особливо актуальною постає проблема руйнування внаслідок багатоциклової втоми за умов двовісного комбінованого навантаження нормальними та дотичними циклічними напруженнями. Такі умови навантаження є найбільш характерними для лопаток авіаційних газових турбін, колінчатих валів двигунів внутрішнього згорання, для фюзеляжу та крил літаків.

Проте, розробці методів та розв'язку задач розрахунку довговічності матеріалів та елементів конструкцій внаслідок втоми за умов двовісного навантаження присвячена досить обмежена кількість публікацій. Один із підходів щодо розв'язку такого класу задач ґрунтується на моделях граничного стану, що побудовані виходячи із класичних критеріїв руйнування [1, 4]. У межах підходу для деяких матеріалів отримано задовільне узгодження результатів розрахунків із експериментальними даними [4].

Більш перспективним виглядає підхід, що ґрунтується на моделях граничного стану у формі степеневих трансцендентних функцій [5, 6]. В роботах [6, 7] із використанням цього підходу розв'язано задачу розрахунку довговічності призматичних стержнів внаслідок втоми за деяких частинних випадків двовісного навантаження. В цій роботі задача розрахунку довговічності призматичних стержнів внаслідок втоми розв'язується на підставі моделі граничного стану у формі степеневі трансцендентної функції для довільної комбінації нормальних та дотичних циклічних напружень.

1. Постановка задачі. Розглядається руйнування внаслідок втоми суцільних призматичних стержнів (рис. 1) із ізотропних металевих матеріалів за умов комбінованого

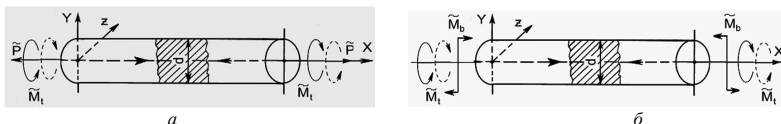


Рис. 1. Суцільні призматичні стержні під дією комбінованого навантаження циклічним розтягом-стиском та циклічним крученням (а), циклічним згином та циклічним крученням (б)

сінфазного навантаження симетричним циклічним розтягом-стиском зусиллям \tilde{P} та симетричним циклічним крученням моментом \tilde{M}_t , симетричним циклічним згином моментом \tilde{M}_b та симетричним циклічним крученням моментом \tilde{M}_t .

Нормальні $\tilde{\sigma}$ та дотичні $\tilde{\tau}$ циклічні напруження двовісного комбінованого багатоциклового навантаження задаються співвідношеннями

$$\begin{cases} \tilde{\sigma} = \sigma_a g(n), (\sigma_a)_{\max} < \sigma_Y; \\ \tilde{\tau} = \tau_a g(n), (\tau_a)_{\max} < \tau_Y; \\ (\sigma_1)_a = \frac{\sigma_a}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\sigma_a^2 + 4\tau_a^2} < \sigma_Y, \end{cases} \quad (1.1)$$

де σ_a – амплітуда нормальних напружень; τ_a – амплітуда дотичних напружень; $(\sigma_a)_{\max}$, $(\tau_a)_{\max}$ – максимальні значення σ_a та τ_a ; σ_Y , τ_Y – межі течії матеріалу за умов одновісного розтягу та чистого скручення відповідно; $(\sigma_1)_a$ – амплітудне значення максимального головного напруження в циклі; $g(n)$ – періодична функція, що задає закон зміни циклічних напружень $\tilde{\sigma}$ та $\tilde{\tau}$ за часом ($n = ft$).

Моделі граничного стану ізотропних матеріалів за умов комбінованого навантаження нормальними та дотичними напруженнями задаються співвідношеннями [5, 6]

$$\frac{\tau_a}{\tau_n} - \left\{ \cos \left[\frac{\pi \sigma_a}{2 \sigma_n} \right] \right\}^\eta = 0 \rightarrow \frac{\sigma_a}{\sigma_n} - \frac{2}{\pi} \left\{ \arccos \left[\frac{\tau_a}{\tau_n} \right]^\eta \right\} = 0, \quad (1.2)$$

де τ_n , σ_n – обмежені межі втоми за умов чистої дії дотичних ($\sigma_a = 0$) та нормальних ($\tau_a = 0$) напружень відповідно; η – матеріальна константа.

Залежність обмежених меж втоми τ_n та σ_n від числа циклів до руйнування n_R задається рівняннями

$$\tau_n = \frac{1}{[(1 + q_\tau) D_\tau n_R]^{1/q_\tau}}; \quad \sigma_n = \frac{1}{[(1 + q_\sigma) D_\sigma n_R]^{1/q_\sigma}}, \quad (1.3)$$

де q_τ , D_τ та q_σ , D_σ – матеріальні константи.

Задача полягає у розробці методу розрахунку довговічності суцільних призматичних стержнів внаслідок багатоциклової втоми на підставі моделей граничного стану (1.2), розрахунку та експериментальній апробації результатів розрахунку за умов комбінованого навантаження симетричним циклічним розтягом-стиском та симетричним циклічним крученням, симетричним циклічним згином та симетричним циклічним крученням.

2. Основні розв'язкові рівняння. Розв'язок задачі розрахунку довговічності n_R призматичних стержнів внаслідок багатоциклової втоми за умов двовісного комбінованого навантаження ґрунтується на спрощених варіантах моделей граничного стану (1.2).

Подамо моделі граничного стану (1.2) у вигляді

$$\left[\frac{\tau_a}{\tau_n} \right]^\eta + \frac{1}{2} \left[\frac{\pi \sigma_a}{2 \sigma_n} \right]^2 = 1; \quad \frac{\sigma_a}{\sigma_n} + \frac{2}{\pi} \left[\frac{\tau_a}{\tau_n} \right]^\eta = 1, \quad (2.1)$$

які отримано розкладом функцій $\cos(\cdot)$ та $\arccos(\cdot)$ в ряд та утриманням двох членів розкладу.

Розглядаються рівняння, що встановлюють залежність числа циклів до руйнування від амплітудних значень дотичної та нормальної компонент двовісного комбінованого навантаження.

Для залежності n_R від τ_a по параметру σ_a із першого співвідношення в (2.1) із урахуванням (1.3) отримуємо рівняння

$$n_R = \frac{1}{(1+q_\tau)D_\tau} \left\{ 1 - \frac{1}{2} [(1+q_\sigma)D_\sigma n_R] \frac{2}{q_\sigma} \left[\frac{\pi \sigma_a}{2} \right]^2 \right\}^{1/q_\tau} \left[\frac{1}{\tau_a} \right]^{q_\tau}, \quad (2.2)$$

а по параметру $\nu = \tau_a / \sigma_a$ – рівняння

$$n_R = \frac{1}{(1+q_\tau)D_\tau} \left\{ 1 - \frac{1}{2} [(1+q_\sigma)D_\sigma n_R] \frac{2}{q_\sigma} \left[\frac{\pi \tau_a}{2 \nu} \right]^2 \right\}^{1/q_\tau} \left[\frac{1}{\tau_a} \right]^{q_\tau}. \quad (2.3)$$

Тут і далі параметр ν розглядається як коефіцієнт двовісності навантаження.

Для залежності n_R від σ_a по параметру τ_a із другого співвідношення в (2.1) із урахуванням (1.3) отримуємо рівняння

$$n_R = \frac{1}{(1+q_\sigma)D_\sigma} \left\{ 1 - [(1+q_\tau)D_\tau n_R] \frac{1}{1/q_\tau} \left(\tau_a \right)^{1/\eta} \right\}^{q_\sigma} \left(\frac{2\sqrt{2}}{\pi \sigma_a} \right)^{q_\sigma}, \quad (2.4)$$

а по параметру ν – рівняння

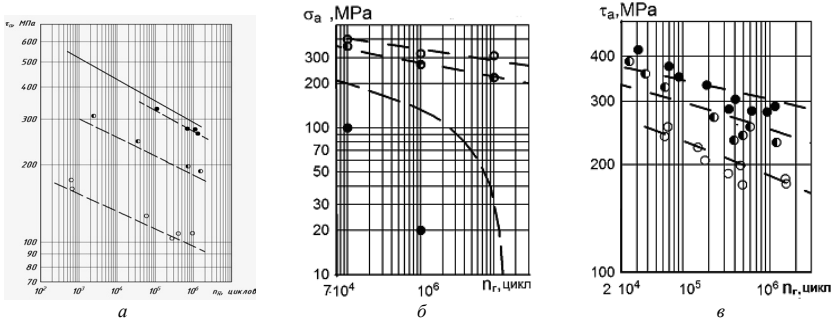
$$n_R = \frac{1}{(1+q_\sigma)D_\sigma} \left\{ 1 - [(1+q_\tau)D_\tau n_R] \frac{1}{1/q_\tau} (\nu \sigma_a)^{1/\eta} \right\}^{q_\sigma} \left(\frac{2\sqrt{2}}{\pi \sigma_a} \right)^{q_\sigma}, \quad (2.5)$$

які, як і рівняння (2.2) та (2.3) розв'язуються чисельно методом ітерацій.

3. Довговічність суцільних призматичних стержнів внаслідок втоми.

Розраховується довговічність внаслідок втоми суцільних циліндричних зразків із сталі JIS SNCM8, сталі SAE 4340, сталі 30XH3MΦA, алюмінієвого сплаву 76S-T61 та титанового сплаву ПТ-3В. Методику визначення матеріальних констант наведено в [5, 6].

На рис. 2, у якості приклада, результати розрахунків довговічності зразків із сталі



Фіг. 2. Розрахункові (лінії) та експериментальні (кола) значення довговічності внаслідок втоми суцільних циліндричних зразків сталі JIS SNCM8 (а) за умов циклічного розтягу-стиску та скручення, сталі 30XH3MΦA (б) та сталі SAE 4340 (в) за умов циклічного згину та скручення:

а). $\nu = 0,25$ (○), $1/\sqrt{3}$ (◐), $\sqrt{3}$ (●); б). $\tau_a = 123$ (○), 180 (◐), 265 (●) МПа;

в). $\nu = 0,496$ (○), 0,868 (◐), 1,783 (●)

JIS SNCM8 за умов комбінованого навантаження симетричним циклічним розтягом-стиском та симетричним циклічним крученням, що виповнені за рівнянням (2.3), та із сталей 30XH3MΦA та SAE 4340 за умов комбінованого навантаження симетричним циклічним

згином та симетричним циклічним крученням, що виповнені за рівняннями (2.3) та (2.4), порівняно із експериментальними даними.

У розрахунках використані наступні значення матеріальних констант: сталь JIS SMCМ8 ($q_\sigma = 15,17$; $D_\sigma = 2,79 \cdot 10^{-48}$ МПа $^{-q_\sigma}$ /цикл $^{-1}$; $\eta = 0,519$); сталь 30ХНЗМФА ($q_\sigma = 15,38$; $D_\sigma = 7,60 \cdot 10^{-46}$ МПа $^{-q_\sigma}$ /цикл $^{-1}$; $q_\tau = 33,33$; $D_\tau = 4,45 \cdot 10^{-87}$ МПа $^{-q_\tau}$ /цикл $^{-1}$; $\eta = 0,69$); сталь SAE 4340 ($q_\sigma = 7,63$; $D_\sigma = 4,68 \cdot 10^{-26}$ МПа $^{-q_\sigma}$ /цикл $^{-1}$; $q_\tau = 23,25$; $D_\tau = 6,34 \cdot 10^{-64}$ МПа $^{-q_\tau}$ /цикл $^{-1}$; $\eta = 0,44$).

Результати розрахунків, як видно із рис. 2, задовільно узгоджуються із експериментальними даними.

Towards the analysis of fatigue life-time of prismatic rods under biaxial combined loading

Golub Vladyslav

Abstract. The problem of the fatigue life-time analysis of continuous prismatic rods under biaxial combined loading with symmetric cyclic tension-compression and symmetric cyclic torsion, symmetric cyclic bending and symmetric cyclic torsing has been solving. The solution is based on the ultimate state models, that establish the relationship between normal and tangential cyclic stresses amplitudes in the form of the exponential transcendental functions. The material constants are identified from the system of basic experiments that include the fatigue testing of material specimens under two uniaxial and one biaxial with biaxial coefficient equal to unit cyclic regimes loading. The analysis results on the problem of fatigue life-time calculation of smooth cylindrical specimens made of JIS SMCМ8 steel, SAE 4340 steel, 30ХНЗМФА steel, aluminum alloy 76S-T61 and titanium alloy IT-3B have been experimentally approved.

Keywords: prismatic rods; biaxial cyclic loading; models of ultimate state; fatigue lifetime; experimental approval.

К расчету усталостной долговечности призматических стержней при двухосном комбинированном нагружении

Голуб В.П.

Анотація. Решается задача расчета усталостной долговечности сплошных призматических стержней при комбинированном нагружении симметричным циклическим растяжением-сжатием и симметричным циклическим кручением, симметричным циклическим изгибом и симметричным циклическим кручением. Решение строится на основе моделей предельного состояния, устанавливающих зависимость между амплитудами нормальных и касательных циклических напряжений в форме степенных трансцендентных функций. Материальные константы определяются из системы базовых экспериментов, которые включают испытания образцов материала на усталость при двух одноосных и одном двухосном, с коэффициентом двухосности равном единице, режимах циклического нагружения. Результаты расчетов апробированы экспериментально на задачах расчета усталостной долговечности гладких цилиндрических образцов из стали JIS SMCМ8, стали SAE 4340, стали 30ХНЗМФА, алюминиевого сплава 76S-T61 и титанового сплава IT-3B. **Ключевые слова:** призматические стержни; двухосное циклическое нагружение; модели предельного состояния; усталостная долговечность; экспериментальная апробация.

Список литературы

1. Хэйвуд Р.Б. Проектирование с учетом усталости // Перевод с англ. под редакцией чл.-корр. АН СССР И.Ф.Образцова. – Москва : Машиностроение, 1969. – 504 с.
2. Серенсен С.В. Несущая способность и расчеты деталей машин на прочность / С.В.Серенсен, В.П.Когаев, Р.М.Шнейдерович // Руководство и справочное пособие под ред. С.В.Серенсена. – Москва : Машиностроение, 1975. – 488 с.
3. Воробьев А.З. Сопротивление усталости элементов конструкций / А.З.Воробьев, Б.И.Олькин, В.Н.Стебнев, Т.С.Родченко. – Москва : Машиностроение, 1990. – 240 с.
4. Голуб В.П. Классические критерии разрушения в решении задач усталости при двухосном комбинированном нагружении // Вісник НТУУ «КПІ». Серія „Машинобудування”, 2014. – №72. – С. 109-117.
5. Голуб В.П. К оценке предельного состояния материалов при асимметричном многоцикловом нагружении / В.П.Голуб, В.И.Крижановский // Пробл. прочности. – 1994. – № 4. – С. 3-15.
6. Голуб В.П. К оценке предельного состояния материалов при асимметричном циклическом нагружении и сложном напряженном состоянии / В.П.Голуб, В.И.Крижановский // Прикл. механика. – 1995. – Том 31, №2. – С. 67-79.
7. Пелых В.Н. К решению задач усталости при комбинированном нагружении статическим кручением и симметричным циклическим изгибом // Прикл. механика, 2019. – Том 55, №1. – С. 119-127.