

УДК 539.4

## Вплив внутрішнього тиску для труби з осьюовою наскрізною тріщиною в геометрично нелінійній постановці.

Ориняк А.І., Кришук М.Г.

КПІ ім. Ігоря Сікорського, Київ, Україна

**Анотація.** *Визначення коефіцієнтів інтенсивності напружень (КІН) та області розкриття тріщин є важливою складовою при проведенні аналізу «течії перед руйнуванням» систем трубопроводів на АЕС та магістральних трубопроводах. Табличні параметричні результати їх розрахунку широко представлені в сучасній науковій і нормативній літературі. Тим не менш, існує ще один аспект поведінки тріщин, принаймні у тонкостінних трубах, які ще не отримали належної уваги. Мається на увазі геометрично нелінійний ефект, який може бути достатньо великим, що його можна було би врахувати в практичних застосуваннях. В геометрично лінійному аналізі розглядається, що тріщина відкривається тільки внутрішнім тиском, а величина розкриття тріщини прямо пропорційні їй. КІН представлений зазвичай як розв'язок для нескінченної пластини, помноженої на так званий фактор форми, який залежить від безрозмірної довжини тріщини, тобто відношення довжини тріщини, поділеної на квадратний корінь з добутку радіуса,  $R$ , і товщини стінки,  $t$ . Два фактори навантаження в тонкостінних трубах можуть сприяти геометрично нелінійній поведінці. Перший - осьові напруження, викликані осьовою силою або згинальним моментом. Другий - сам внутрішній тиск.*

*Отримані результати представлені у відсотках різниці між лінійними та нелінійними результатами. Вони показують, що вплив геометричної нелінійності є досить істотним для того, щоб його врахувати на практиці і може досягати практично реальних випадків майже на 3-10%.*

**Ключові слова:** КІН; геометрична нелінійність; труба із наскрізною осьовою тріщиною.

Для тонкостінних конструкції два типових навантаження є важливими з точки зору їх впливу на геометрично нелінійну поведінку – осьові напруження,  $\sigma_x$  (можуть бути спричинені осьовою силою і глобальним згинальним моментом), і окружні напруження stress,  $\sigma_\phi$ , (викликані внутрішнім тиском). Для циліндра з внутрішнім тиском і осьовою силою, яка є результуючою дією на грані (звичайна геометрія при випробовуваннях) відношення між цими напруженнями є фіксованим і дорівнює  $\sigma_\phi / \sigma_x = 2$ . Літературні дані розрахунку впливу ГН КІН, що наведені в роботах [1–3] відповідають саме цьому випадку. В даній роботі вирішено розділити окремо два фактори і розглядати їх як незалежні.

1. Окружні напруження  $\sigma_\phi$  будуть зафіксовані на дуже малому рівні, який не впливає на ГН поведінку тіла. ГН поведінка буде досліджуватися в термінах осьового напруження від осьової сили.

2. Будуть також досліджені величини розкриття тріщини в центральній точці наскрізної тріщини. Це дуже важливо для визначення площі розкриття тріщини.

3. Буде проведений лише чисельний аналіз МСЕ.

Щоб зменшити вплив граничних умов на поведінку тріщини, пів довжина труби вибиралася в 8-10 разів довшою, ніж пів довжина тріщини.

Детальна розбивка в околі тріщини показана на Рис. 2. Тип скінченного елемента - C3D8R. В усіх моделях число шарів скінченних елементів по товщині стінки вибиралося рівним 10. Це забезпечувало хорошу збіжність результатів, в тому числі розподіл КІН по радіальній координаті. Інколи бралось число шарів рівним 6-12. В цьому випадку не було помічено різниці в величині КІН в центральній точці по товщині елемента, проте різниця

могла бути помітною для точок фронту тріщини, що виходять на вільну поверхню. Контурні значення J-інтеграла використовувалися для обчислення КІН, відзначимо, що ці значення уже не змінювалися, починаючи з 5го контуру навколо тріщини, тому це значення і використовувалося як правильне.

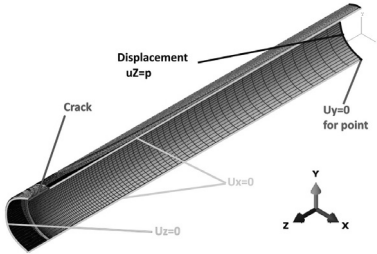


Рис 1. Модель МСЕ труби з осовою тріщиною.

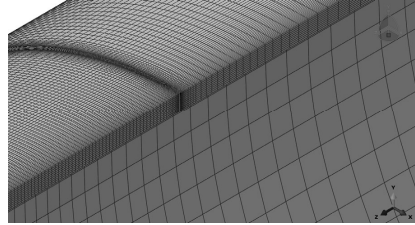


Рис 2. Дискретизація труби біля вершини тріщини

Спосіб прикладення осової сили є дуже суттєвим для отримання правильних результатів. Спочатку ми прикладали осову силу як рівномірно роз приділену по круговій координаті. Проте при великих напруженнях це могло призвести до втрати стійкості в площині поперечного сечення. Це пов'язано з тим, через різне видовження точок в повздовжньому напрямку, кінцеве сечення (де прикладені зовнішні сили) незначно повертається і осова сила дає глобальну поперечну реакцію, що і спричинює втрату стійкості як балки. Тому осова сила прикладається через рівномірні в осовому напрямку переміщення всіх точок кінцевого сечення.

Геометрія труби з тріщиною і характеристики розбиття на кінцеві елементи даються відповідно в Таблицях 1-2. Замітимо, що безрозмірна довжина позначається  $\lambda = c/\sqrt{Rt}$ . Так, розглядаються чотири геометрії відношення радіуса до товщини стінки  $R/t=20$ ,  $R/t=30$ ,  $R/t=40$ ,  $R/t=50$ . Для кожної геометрії труби розглядаються чотири різних довжини тріщини. Тому, на загал, побудовано  $4*4=16$  моделей труби з тріщинами, а також одна додаткова модель для  $R/t=50$  і  $\lambda = 3$ .

Таблиця 1

Особливості моделей для труби з відношенням  $R/t=30$

Півдовжина тріщини, $\lambda$	2	4	6	8
Кількість елементів	172000	202000	252000	282000
Кількість вузлів	192203	225533	281083	314413

Таблиця 2.

Особливості моделей для труби з відношенням  $R/t=50$

Півдовжина тріщини, $\lambda$	2	4	6	8
Кількість елементів	202000	222000	212000	282000
Кількість вузлів	225533	247753	236643	314413

Результати ГН обчислень

Для кожної геометрії труби, тобто для фіксованого значення  $R/t$ , представлені нижче чотири графіки. Перші два з них – це первинні дані по безпосередньому обчисленні зміни

КІН, спричиненої впливом ГН від великої осьової сили, тобто  $\Delta_S$  в процентах % (1) в залежності від осьових напружень; а також зміна Розкриття Тріщини, COD,  $\Delta_U$  також в процентах від величини осьових напружень,  $\Delta_U$  обчислюється аналогічно:

$$\Delta_S = \frac{SIF - SIF_{GN}}{SIF} = \frac{p - (p - p_1)}{p} = k \frac{R}{t} \cdot \frac{\sigma_x}{E} \cdot \sqrt{\lambda} \quad (1)$$

$$\Delta_U = \frac{COD - COD_{GN}}{COD} \quad (2)$$

Інші два графіка – узагальненні графіки, побудовані в нормалізованих координатах відповідно до «очікуваних» залежностей, отриманих із загальних міркувань (1). Таким чином, на цих двох графіках вісь ординат ділиться на  $\sqrt{\lambda}$ , а вісь абсцис ділиться на  $R/t$ .

Таким чином для відношення товщини  $R/t=50$  нижче приводяться чотири графіки – Рисунки 3-6.

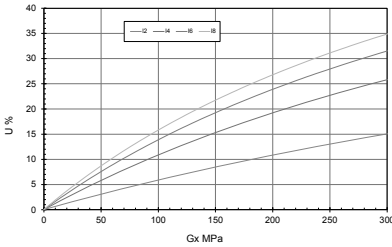


Рис. 3. Залежність зміни COD,  $\Delta U\%$ , від осьових напружень

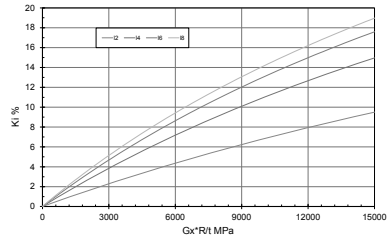


Рис. 4. Залежність зміни SIF  $\Delta_S\%$ , від осьових напружень

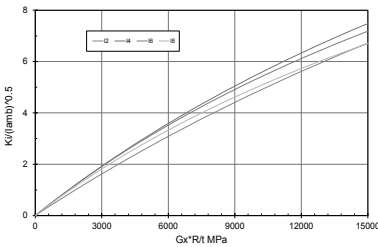


Рис. 5. Узагальнений графік зміни SIF  $\Delta_S\%$

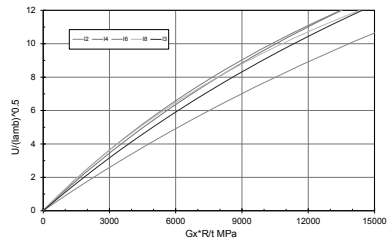


Рис. 6. Узагальнена залежність зміни COD,  $\Delta U\%$

Таким чином, можна побачити, що узагальнені графіки майже співпадають для різних відношень  $R/t$  і величин  $\lambda$ . Тому в першому наближенні достатньо побудувати і аналітично описати лише один графік  $\Delta_S$  від осьових напружень. Те ж саме можна сказати про залежність  $\Delta U$  за виключенням малих величин  $\lambda$ . Такі зручні результати можуть стати поштовхом до майбутніх теоретичних досліджень.

Як перше наближення, можна запропонувати наступні емпіричні формули сконструйовані за допомогою обробки результатів методом найменших квадратів. Так відштовхуючись від результатів для  $R/t = 50$  та  $\lambda = 6$  ми отримаємо для  $\Delta_S$  (тут приведені в процентах, %):

$$\frac{\Delta_s}{\sqrt{\lambda}} = A_1 \cdot ((1 - c_1 \exp(-\beta_1 x)) - (1 - c_1) \exp(-2\beta_1 x)) \quad (3)$$

Де константи і змінна  $x$  є наступними:

$$A_1 = 11.465 \quad \beta_1 = 1.98 \cdot 10^{-5} \quad c_1 = -0.937 \quad x = \sigma_x R/t \quad (4)$$

Подібним чином сконструйована формула для COD -  $\Delta_U$ %, те ж в процентах:

$$\frac{\Delta_U}{\sqrt{\lambda}} = A_2 \cdot ((1 - c_2 \exp(-\beta_2 x)) - (1 - c_2) \exp(-2\beta_2 x)) \quad (5)$$

Де константи дорівнюють:

$$A_2 = 13.902 \quad \beta_2 = 2.18 \cdot 10^{-5} \quad c_1 = -2.232 \quad (6)$$

Відмітимо, що похибка апроксимації чисельних даних вказаними формулами оцінюється нами в 2% для додатних значень  $x$ :  $0 \leq x \leq 120000$ .

Ключове питання полягає в тому, наскільки вказані ефекти мають практичне значення. Спочатку замітимо наступне:

- ефект ГН більше виражений для тонкостінних труб;
- для типових значень  $\sigma_x$ , що наближається до 150 МПа і для  $R/t > 30$  різниця між лінійними і нелінійними рішеннями може досягати величини 5-10% , що є досить помітним для практики.

Як реальний приклад, розглянемо повномасштабні експерименти навантаження внутрішнім тиском аж до руйнування, проведені на трубах магістральних трубопроводів з наскрізними тріщинами [4]. Ці дані часто згадуються в науковій літературі і приведені в Таблиці 3. Як видно, навіть для цих, порівняно товстих труб ефект ГН на КІН може досягати 4.5%. Тут приведені осьові напруження, пороховані як половина від окружних.

Таблиця 3

**Експериментальні дані представлені в [4]**

R/t	c	$\lambda$	$\sigma_x = \sigma_\theta / 2$	$\sigma_x R/t$	$\Delta_s / \sqrt{\lambda}$	$\Delta_s$ %
21.31	175	9.06	99.52	2120.34	1.35	4.07
21.31	225	11.65	77.75	1656.52	1.07	3.64
21.31	275	14.24	62.20	1325.22	0.86	3.25
20.91	125	6.48	129.47	2707.49	1.70	4.34

## Висновки

Врахування ГН все ще не є типовим в трубопровідній чи атомній промисловості. Детальне чисельне моделювання для випадку великої розтягуючої сили виявило помітний ефект як для величини КІН так і для величини розкриття берегів тріщини, а значить і площі розкриття, що має бути врахованим в концепції «течія перед руйнуванням». Навіть для типових труб з відношенням радіуса і товщини стінки рівних  $R/t = 20$  цей ефект може досягати 10% при осьових напруженнях рівних 150 МПа.

Найбільш цікавим емпіричним результатом є те, що графіки залежностей з допустимою інженерною точністю можуть бути представлені як узагальнені відношення  $RT$  і  $KIN$  поділених на  $\sqrt{\lambda}$  (де  $\lambda$  безрозмірна довжина тріщини) від добутку осьових напружень на відношення  $R/t$ , тобто від величини  $\sigma_x R \sqrt{\lambda} / t$ . На основі даних для  $R/t = 50$  сконструйовані емпіричні формули, з точністю 2%.

## Effect of internal pressure for a pipe with an axial cross-sectional crack in geometrically nonlinear formulation

Oryniak Andrii, Kryshchuk Mykola

**Abstract.** The determination of stress intensity factors (SIF) and crack opening area or displacements (COA or COD) is important constituent when performing the “leak before break” analysis of piping systems in NPPs. The tabulated parametrical results of their calculation are widely presented in modern scientific and normative literature. Nevertheless, there is one aspect of crack behavior, at least in thin walled pipes, which still had not obtained its due attention. We mean here the geometrically nonlinear effect, which can be the big enough to be accounted for in practical applications.

It is considered in geometrically linear analysis that only the inner pressure opens the crack, and COA and SIF are directly proportional to it. SIF is presented usually as solution for infinite plate multiplied by so-called bulging factor, BF, which depends on dimensionless crack length, i.e. ratio of crack length divided on square root of product of radius, R, and wall thickness, t.

Two loading factors in thin walled pipes can contribute to geometrically nonlinear behavior. The first one is axial stresses induced by value of axial force or bending moment. The second one – is the inner pressure itself.

The results obtained are presented as a percentage of difference between the linear and nonlinear results. They show that influence of geometrical nonlinearity is fairly essential to be accounted in practice and can reach for practically real cases almost 3-10%.

**Keywords:** SIF; geometry nonlinear pipe, crack.

## Влияние внутреннего давления для трубы с осевой сквозной трещиной в геометрически нелинейной постановке

Орняк Андрей, Кришчук Н.Г.

**Аннотация.** Определение коэффициентов интенсивности напряжений (КИН) и области раскрытия трещины является важной составляющей при проведении анализа «течи перед разрушением» систем трубопроводов на АЭС и магистральных трубопроводах. Табличные параметрические результаты их расчета широко представлены в современной научной и нормативной литературе. Тем не менее, существует еще один аспект поведения трещин, по крайней мере в тонкостенных трубах, которые еще не получили должного внимания. Имеется в виду геометрически нелинейный эффект, который может быть достаточно большим, чтобы его можно было бы учесть в практических приложениях.

В геометрически линейном анализе рассматривается, что трещина открывается только внутренним давлением, а величина раскрытия трещины прямо пропорциональны ей. КИН представлен обычно как решение для бесконечной пластины, умноженной на так называемый фактор формы, который зависит от безразмерной длины трещины, то есть отношение длины трещины, разделенной на квадратный корень из произведения радиуса, R, и толщины стенки, t.

Два фактора нагрузки в тонкостенных трубах могут способствовать геометрически нелинейной поведению. Первый - осевые напряжения, вызванные осевой силой или изгибающим моментом. Второй - сам внутреннее давление.

Полученные результаты представлены в процентах разницы между линейными и нелинейными результатами. Они показывают, что влияние геометрической нелинейности является весьма существенным для того, чтобы его учесть на практике и может достигать практически реальных случаев почти на 3-10%.

**Ключевые слова:** КОИ; геометрическая нелинейность; труба со сквозной осевой трещиной.

### Список літератури

1. Richard D. Young, Cheryl A. Rose, and James H. Starnes, Jr. Nonlinear Local Bending Response And Bulging Factors For Longitudinal And Circumferential Cracks In Pressurized Cylindrical Shells. NASA Langley Research Center Hampton, Virginia 23681-001, Jan 01, 2000ю
2. James Starnes, Jr., and Cheryl Rose. "Nonlinear response of thin cylindrical shells with longitudinal cracks and subjected to internal pressure and axial compression loads", 38th Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference, <https://doi.org/10.2514/6.1997-1144> .
3. Budiman, H. T., Lagace, P. A., “Nondimensional Parameters for Geometric Nonlinear Effects in Pressurized Cylinders with Axial Cracks,” Journal of Applied Mechanics, Vol. 64, 1997, pp. 401-407.
4. Kawaguchi S, Hagiwara N, Ohata M, Toyoda M. Modified Equation To Predict Leak/Rupture Criteria For Axially Through-Wall Notched X80 and X100 Linepipes Having a Higher Charpy Energy. ASME. J. Pressure Vessel Technol. 2005;128(4):572-580