УДК 621.9

Імовірнісно-статистичний метод оцінювання впливу глибини різання та подачі на тангенціальну силу різання при точінні

Кривий П.Д.[1]; Тимошенко Н.М.[2]; Крупа В.В.[1]; Дзюра В.О.[1]
1-Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя, Тернопіль, Україна
2-Національний університет «Львівська політехніка», Львів, Україна

Анотація: *Проаналізовано методи та залежності для визначення тангенціальної сили різання Pz при точінні. Встановлено, що одними із найважливіших параметрів, що впливають на Pz, є глибина різання t і подача s. Відзначено, що в існуючих дослідженнях ці величини розглядаються як сталі невипадкові величини. Аналіз існуючих досліджень характеру цих параметрів показав, що глибина різання на чорнових проходах є випадковою величиною із законом рівної імовірності, а подача підкоряється закону розподілу Гаусса. На універсальних токарних верстатах, з урахуванням стохастичності величин t і s, та відомої теоретичної формули для визначення Pz отримано залежності закону розподілу сили Pz при точінні, а також його характеристик: математичного сподівання, дисперсії та середньоквадратичного відхилення, які дозволяють із заданою ймовірністю визначити максимальне значення сили різання Pz при точінні.*

Ключові слова: *тангенціальна сила різання, подача, глибина різання, стохастичність, закон розподілу, характеристики розподілу.*

Показано, що для розв'язання цілого комплексу технічних задач, які виникають на стадії проектування верстатно-інструментального та технологічного оснащення, та при експлуатації токарних верстатів, виникає необхідність у визначенні максимальної тангенціальної сили, що виникає при обробленні. На даний момент можна виділити чотири методи визначення сили Pz, а саме: табличний, з використанням теоретичних та емпіричних залежностей, з використанням спеціальних комп'ютерних програм для симуляції.

Відзначено, що найбільшого поширення отримали математичні залежності, які враховують вплив елементів режиму різання: глибини різання t, подачі s, швидкості різання V на величину тангенціальної сили різання.

Разом із тим показано, що достовірність отриманих результатів є невисокою і їх розбіжність може бути до 40%.

Важливість таких математичних залежностей підтверджується великою кількістю визнаних вчених, які запропонували свої теоретичні та емпіричні формули для визначення тангенціальної сили різання Pz.

Враховано, що розсіювання біжучого радіуса вектора у поперечному перерізі квазіциліндричних заготовок (відливок, поковок) на проміжку (0;2π], а значить і величина t підкоряється закону розподілу рівної імовірності. Відзначено, що дослідженнями [1,2] доведено, що для токарних і свердлильних верстатів загального призначення подача s є випадковою величиною з нормальним законом розподілу.

Для запропонованого методу вибрано одну із найбільш коректних і точних формул, за підтвердженням експериментальних досліджень, при точінні, отримана на основі теорії пластичності, подана у [3-4]

$$\mathrm{Pz} = 1{,}155\sigma_{\mathrm{st}} ust_r \left\{ \left[1 + \mu_1(1 - tg\gamma) + \frac{(0{,}5+\mu)\cdot u}{2k_C} \right] \cdot \cos\gamma + \frac{k_C}{4u\cos\gamma} + \mu_1 \sin\gamma + \frac{\mu_2 \cdot l_3}{us\sin\varphi} + \frac{k_s \cdot s \cdot \sin^2\varphi}{4u\cos\gamma} \right\} \quad (1)$$

де σ_{st} – середнє напруження текучості; u – питома енергія деформації; μ – коефіцієнт тертя в частках напруження текучості; μ_1, μ_2 – коефіцієнти тертя від сил тертя відповідно на передній і задній поверхнях різця; k_c – коефіцієнт потовщення стружки; $l_з$ – визначається критерієм зношування різця по задній поверхні; φ – головний кут різця в плані; γ – передній кут.

Залежність (1) для обчислення тангенціальної сили різання P_z набуде вигляду

$$P_z = A \cdot s^2 + B \cdot s \cdot t_r + C \cdot t_r \,, \qquad (2)$$

де s – подача, t_r – глибина різання;

$$A = 1{,}155\sigma_{st}\frac{k_c \sin^2\varphi}{4u\cos\gamma};\; B = 1{,}155\sigma_{st}\left\{\left[1+\mu_1(1-\operatorname{tg}\gamma)+\frac{(0{,}5+\mu)u}{2k_c}\right]\cos\gamma+\frac{k_c}{4u\cos\gamma}+\mu\sin\gamma\right\},$$

$$C = 1{,}155\sigma_{st}\frac{\mu_2 \cdot l_з}{u\sin\varphi};$$

Прийнявши, що подача s і глибина різання t_r є випадковими величинами, поставлена задача про визначення щільності розподілу ймовірностей випадкової величини P — тангенціальної сили різання.

При цьому прийнято, що випадкова величина S розподілена за урізаним нормальним законом [5] з математичним сподіванням $\overline{s}$ та стандартним відхилом σ, а випадкова величина T — за рівномірним законом на проміжку (a; b).

Подамо формулу (2) у вигляді

$$P = X + Y + Z \,,$$

де випадкові величини X, Y, Z визначаються співвідношеннями $X = A \cdot S^2$, $Y = B \cdot S \cdot T$, $Z = C \cdot T$.

Знайдемо щільність розподілу випадкової величини $X = A \cdot S^2$.

Оскільки функція $x = As^2$ диференційовна і строго зростаюча, то можна застосувати формулу [6]

$$g(x) = f[\psi(x)] \cdot [\psi'(x)] \,,$$

де $\psi(x)$ – обернена функція для $x = As^2$.

Знайшовши $\psi(x) = s = \sqrt{\dfrac{x}{A}}$ і $\psi'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{Ax}}$ та врахувавши, що за умовою

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\big((0{,}5+\Phi(\overline{s}/\sigma)\big)\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(s-\overline{s})^2}{2\sigma^2}} \,, \qquad (3)$$

отримаємо шукану щільність розподілу

$$g(x) = \frac{1}{2\sigma\big((0{,}5+\Phi(\overline{s}/\sigma)\big)\sqrt{2\pi}} \cdot \frac{1}{\sqrt{Ax}} e^{-\frac{\left(\sqrt{x/A}-\overline{s}\right)^2}{2\sigma^2}} \,. \qquad (4)$$

Випадкова величина Y є добутком двох незалежних випадкових величин S і V, де $V = B{\cdot}T$. При цьому щільність розподілу випадкової величини S задається формулою (3), а щільність розподілу випадкової величини $V = B{\cdot}T$ визначається за формулою [6]

$$g(v) = \frac{1}{B(b-a)}, \text{ якщо } v \in [Ba; Bb] \,.$$

Використавши метод знаходження щільності розподілу випадкової величини, яка є добутком двох незалежних випадкових величин [5, 7], для випадкової величини $Y = S{\cdot}V$ знаходимо щільність розподілу у вигляді

$$g(y)=\frac{1}{\sigma\left((0,5+\Phi(\overline{s}/\sigma)\right)B(b-a)\sqrt{2\pi}}\int_{Ba}^{Bb}\frac{1}{v}e^{-\frac{\left(\sqrt{y/v}-\overline{s}\right)^2}{2\sigma^2}}dv\,. \qquad (5)$$

Знайдемо композицію двох законів розподілу, тобто закон розподілу суми двох незалежних випадкових величин X і Z.

Щільність розподілу випадкової величини X задається формулою (4), а щільність розподілу випадкової величини Z — формулою

$$g(z)=\frac{1}{C(b-a)},\ \text{якщо}\ z\in[Ca;Cb].$$

Застосувавши формулу для двох законів розподілу випадкових величин [5, 7], знайдемо щільність розподілу випадкової величини $U=X+Z$ у вигляді

$$g(u)=\frac{1}{2\sigma\left((0,5+\Phi(\overline{s}/\sigma)\right)C(b-a)\sqrt{2\pi}}\int_{Ca}^{Cb}\frac{1}{\sqrt{A(u-z)}}e^{-\frac{\left(\sqrt{(u-z)/A}-\overline{s}\right)^2}{2\sigma^2}}dz\,. \qquad (6)$$

де $\Phi(\xi)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^{\xi}e^{-\frac{\eta^2}{2}}d\eta$ – функція Лапласа.

Зінтегрувавши вираз $g(u)$, формула (6) набуде вигляду

$$g(u)=\frac{1}{\left((0,5+\Phi(\overline{s}/\sigma)\right)C(b-a)}\cdot\left[\Phi\left(\frac{\sqrt{(u-Ca)/A}-\overline{s}}{\sigma}\right)-\Phi\left(\frac{\sqrt{(u-Cb)/A}-\overline{s}}{\sigma}\right)\right]. \qquad (7)$$

Для двох законів розподілу випадкових величин, заданих формулами (4) і (6), знайдена їхня композиція [5, 7], тобто закон розподілу суми двох незалежних величин Y і U.

Щільність розподілу випадкової величини $P = Y + U$ має вигляд

$$g(p)=\frac{1}{\sigma\left(0,5+\Phi(\overline{s}/\sigma)\right)^2 B\cdot C(b-a)^2\sqrt{2\pi}}\times$$
$$\times\int_{y_1}^{y_2}\left\{\int_{Ba}^{Bb}\frac{1}{v}e^{-\frac{((y/v)-\overline{s})^2}{2\sigma^2}}dv\cdot\left[\Phi\left(\frac{\sqrt{(p-y-Ca)/A}-\overline{s}}{\sigma}\right)-\Phi\left(\frac{\sqrt{(p-y-Cb)/A}-\overline{s}}{\sigma}\right)\right]\right\}dy\,, \qquad (8)$$

де $y_1=B\cdot s_1\cdot a$, $y_2=B\cdot s_2\cdot b$.

Значення математичного сподівання та стандартного відхилу виражено залежностями відповідно. $M=M(p)=\int_{p_1}^{p_2}pg(p)\,dp$ $\sigma=\sigma(p)=\int_{p_1}^{p_2}p^2g(p)\,dp-M^2(p)$.

Таким чином, отримавши закон розподілу величини Pz та його характеристики можна з певним відсотком ризику отримати максимальне значення тангенціальної сили різання Pz_{max}, за яким доцільно проводити розрахунки елементів верстатно-інструментального та технологічного оснащення.

Probability-statistical method of evaluation of cutting depth and feed influence on tangential cutting force under turning

Kryvyy P., Tymoshenko N., Krypa V., Dzyura V.

Annotation: *Methods and dependencies for finding the cutting tangential force Pz under turning were analyzed. It was determined, that one of the most important parameters affecting Pz are the cutting depth t and feed s. These values were admitted to be treated as constant non-random values. The analysis of the available investigation of these parameters nature testified, that the cutting depth during the preliminary operations is the random value being according to the law of equal probability, and the feed-according to the Gaussian distribution law. Dependencies of the force Pz distribution law under turning as well as its characteristics: mathematic expectation, dispersion and root-mean-square deviations, which make possible to find the maximum value of the cutting force Pz under turning with the given probability have been obtained taking advantage of the multipurpose turning machine-tools, taking into account the cutting depth and feed stochasticity and using the known theoretical formula for finding Pz.*
Key words: *tangential cutting force, feed, cutting depth, stochasticity, distribution law, distribution characteristics*

Вероятностно-статистический метод оценивания влияния глубины резания и подачи на тангенциальную силу резания при точении

Кривий П.Д., Тимошенко Н.М., Крупа В.В., Дзюра В.А

Аннотация: *Проанализированы методы и зависимости для определения тангенциальной силы резания Pz при точении. Установлено, что одними из важнейших параметров, влияющих на Pz, является глубина резания t и подача s. Отмечено, что в существующих исследованиях эти величины рассматриваются как постоянные неслучайные величины. Анализ существующих исследований характера этих параметров показал, что глубина резания на черновых проходах является случайной величиной с законом равной вероятности, а подача подчиняется закону распределения Гаусса. На универсальных токарных станках, с учетом стохастичности величин t и s, а также известной теоретической формулы для определения Pz получены зависимости закона распределения силы Pz при точении, а также его характеристик: математического ожидания, дисперсии и среднеквадратичного отклонения, которые позволяют с заданной вероятностью определить максимальное значение силы резания Pz при точении.*
Ключевые слова: *тангенциальная сила резания, подача, глубина резания, стохастичность, закон распределения, характеристики распределения.*

Список літератури

1. Вплив випадковості подачі на висоту мікронерівностей поверхні при її точінні або розточуванні / [П. Кривий, Н. Тимошенко, М. Шарик, В. Крупа] // Львів: Машинознавство, 2013. – №9-10 (195-196). – С. 76-83
2. Кобельник В.Р. Методика дослідження кінематичної точності механізму подач вертикально-свердлильних верстатів на прикладі верстата моделі 2Н118 / В.Р. Кобельник, П.Д. Кривий // Процеси механічної обробки в машинобудуванні: зб. наук. праць. – Житомир: ЖДТУ, 2010. – Вип. 8. – С. 99 – 108.
3. Воронцов А. Л., Султан-Заде Н. М., Албагачиев А. Ю. Разработка новой теории резания. Математическое описание образования стружки разных видов, пульсации силы резания и параметров контакта обработанной поверхности заготовки с задней поверхностью резца // Вестник машиностроения. — 2008. — № 7. — С. 56–61.
4. Воронцов А. Л., Султан-Заде Н. М., Албагачиев А. Ю. Разработка новой теории резания. Практические расчеты параметров резания при точении // Вестник машиностроения. — 2008. — № 9. — С. 67–76.
5. Жлуктенко В. І., Наконечний С. І. Теорія ймовірностей і математична статистика: нав.-метод. посібник: У 2-х ч. — Ч. І. Теорія ймовірностей. — К. : КНЕУ, 2000. — 304 с.
6. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика — 9-е изд., стер. —М. : «Высшая школа», 2003. — 479 с.
7. Вентцель Е. С. Теория вероятностей. — 9-е изд., стер. — М. : Академия, 2003. — 572 с.