УДК 621.73.011.001.5

ВИЗНАЧЕННЯ КІНЕМАТИЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК В СТАЦІОНАРНИХ ПРОЦЕСАХ ПЛАСТИЧНОГО ДЕФОРМУВАННЯ

Сивак Р. І.
Вінницький національний аграрний університет, м. Вінниця, Україна

***Анотація**: Розглянуто спосіб визначення компонент тензора швидкостей деформацій на основі методу функцій току. Припускається, що при осесиметричній пластичній деформації металу в каналі з криволінійними границями кінематика процесу аналогічна плоскій течії. Використовуючи рівняння нестисливості та диференціальне рівняння ліній току встановлено, що функція току зберігає постійне значення вздовж ліній току. Розглянуто в площині течії дві нескінченно близькі лінії току для пояснення кінематичного змісту функції току. Отримано вираз для витрати через кінцеву по поперечних розмірах трубку току. З умови відсутності на границях радіальних складових швидкості отримано обмеження, які накладаються на похідні від функцій току на цих границях. Розроблена методика розрахунку кінематичних характеристик пластичного деформування для усталених осесиметричних процесів дозволить спростити математичну обробку отриманих результатів*

***Ключові слова**: кінематичні характеристики; стаціонерні процеси; пластичне деформування; тензор швидкостей деформацій; плоска течія; лінії току; функції току; осесиметричний процес.*

Для визначення поля швидкостей у стаціонарних процесах пластичної течії метала одним із найбільш ефективних є метод функцій току [1-4]. Функції току мають простий фізичний зміст [5-8].

При плоскій течії нестисливого середовища всі частинки отримують переміщення, паралельні певній площині, яку приймемо за площину xOy. З рівняння нерозривності (нестисливості)

$$divv = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0\,, \tag{1}$$

витікає, що завжди можна найти функцію $\psi(x,y)$, яка задовольняє рівнянню (1) і зв’язана з проекціями швидкості рівністю

$$\begin{aligned} u &= \frac{\partial \psi}{\partial y} \\ v &= -\frac{\partial \psi}{\partial x} \end{aligned} \tag{2}$$

Функція $\psi(x,y)$ має простий гідродинамічний зміст. Диференціальне рівняння ліній току для випадку плоскої деформації мають вигляд

$$\frac{dx}{u} = \frac{dy}{v}\,. \tag{3}$$

Підставимо в (3) вирази (2)

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} dx + \frac{\partial \psi}{\partial y} dy = d\psi = 0\,. \tag{4}$$

З (4) витікає, що функція току зберігає постійне значення вздовж ліній току. Тобто, сімейство ліній рівня функцій

$$\psi(x,y)=C, \tag{5}$$

що відповідають різним значенням C, являють собою сукупність ліній току. Функцію $\psi(x,y)$ у зв’язку з цим називають функцією току.

Оскільки елементарний секундний об'ємний розхід dQ через будь-який переріз трубки току не залежить від форми цього перерізу, виберемо його у вигляді сукупності двох паралельних осям координат відрізків. Тоді

$$dQ = udy - vdx = \frac{\partial\psi}{\partial y}dy + \frac{\partial\psi}{\partial x}dx = d\psi \tag{6}$$

звідки витікає вираз для витрати через кінцеву по поперечних розмірах трубку току

$$Q = \int_{M_0}^{M} dQ = \psi(M) - \psi(M_0). \tag{7}$$

Оскільки, згідно системі рівнянь (2), функція току визначається з точністю до адитивної сталої, то можна довільну лінію току розглядати як нульову, вважаючи, що вздовж неї $\psi(x,y)=0$.

При осесиметричній пластичній деформації металу в каналі з криволінійними границями кінематика процесу аналогічна плоскій течії. Нанесемо на меридіональну поверхню заготовки сімейство допоміжних ліній, перпендикулярних осі симетрії. В кожній точці даної лінії току функція току дорівнює її значенню в точці перетину цієї лінії току з певною границею

Швидкості течії матеріальних частинок [2]

$$\begin{aligned} v_z &= \frac{1}{2\pi r}\frac{\partial\psi}{\partial r} \\ v_r &= -\frac{1}{2\pi r}\frac{\partial\psi}{\partial z} \end{aligned} \tag{8}$$

З урахуванням обмежень, які накладаються на похідні від функцій току на цих границях при умові відсутності на границях радіальних складових швидкості, компоненти тензора швидкостей деформацій і їх інтенсивність обчислюються за формулами

$$\begin{gathered} \dot\varepsilon_\varphi = \frac{v_r}{r} = -\frac{1}{2\pi r^2}\frac{\partial\psi}{\partial z}, \\ \dot\varepsilon_z = \frac{v_z}{z} = \frac{1}{2\pi r}\frac{\partial^2\psi}{\partial z\partial r}, \\ \dot\varepsilon_r = \frac{\partial v_r}{\partial r} = +\frac{1}{2\pi r^2}\frac{\partial\psi}{\partial z} - \frac{1}{2\pi r}\frac{\partial^2\psi}{\partial z\partial r} = -\dot\varepsilon_\varphi - \dot\varepsilon_z, \\ \dot\gamma_{rz} = \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{\partial v_r}{\partial z} = \frac{1}{2\pi r}\left(\frac{\partial^2\psi}{\partial r^2} - \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2}\right), \\ \dot\varepsilon_u = \frac{\sqrt{2}}{3}\sqrt{(\dot\varepsilon_\varphi - \dot\varepsilon_r)^2 + (\dot\varepsilon_r - \dot\varepsilon_z)^2 + (\dot\varepsilon_z - \dot\varepsilon_\varphi)^2 + \frac{2}{3}\dot\gamma_{rz}^2}. \end{gathered} \tag{9}$$

Для одержання дійсних значень швидкостей течії (8) необхідно помножити на πv_0, а швидкості деформації (9) - на λv_0.

Ступінь деформації будемо визначати за формулою

$$e_u(z,r) = \int_0^t \dot\varepsilon_u(z(\tau), r(\tau))d\tau, \tag{10}$$

де t - час, за який частинка проходить шлях S вздовж лінії току.

Таким чином запропоновано методику розрахунку характеристик кінематики деформування для усталених осесиметричних процесів, основану на методах функцій току, які дозволяють значно підвищити точність апроксимації функцій двох змінних та спростити математичну обробку отриманих результатів [9, 10].

Determination of kinematic characteristics in stationary processes of plastic deformation

Syvak R.I.

Abstract. *A method for determining the components of the strain rate tensor based on the method of stream functions is considered. It is assumed that with axisymmetric plastic deformation of a metal in a channel with curved boundaries, the kinematics of the process is similar to a plane flow. Using the incompressibility equation and the* *differential equation of streamlines, it is established that the stream function maintains a constant value along streamlines. Two infinitely close streamlines are considered in the flow plane to explain the kinematic content of the stream function. An expression is obtained for the flow rate through a current tube finite in the transverse dimensions. In the absence of radial velocity components at the boundaries, constraints are obtained that are imposed on the derivatives of the stream functions at these boundaries. A methodology for calculating the kinematic characteristics of plastic deformation for established axisymmetric processes has been developed that will simplify the mathematical processing of the results*

Keywords: kinematic characteristics; stationary processes; plastic deformation; strain rate tensor; axisymmetric process.

Определение кинематических характеристик в стационарных процессах пластического деформирования

Сивак Р.И.

***Аннотация**. Рассмотрен способ определения компонент тензора скоростей деформаций на основе метода функций тока. Предполагается, что при осесимметричной пластической деформации металла в канале с криволинейными границами кинематика процесса аналогична плоскому течению. Используя уравнение несжимаемости и дифференциальное уравнение линий тока установлено, что функция тока сохраняет постоянное значение вдоль линий тока. Рассмотрены в плоскости течения две бесконечно близкие линии тока для объяснения кинематической содержания функции тока. Получено выражение для расхода через конечную по поперечным размерам трубку тока. При отсутствии на границах радиальных составляющих скорости получено ограничения, которые накладываются на производные от функций тока на этих границах. Разработана методика расчета кинематических характеристик пластического деформирования для устоявшихся осесимметричных процессов позволит упростить математическую обработку полученных результатов*

Ключовые слова: кинематические характеристики; стационарные процессы; пластическое деформирование; тензор скоростей деформаций; плоское течение; линии тока; функции тока; осесимметричный процесс.

Список літератури

1. Алюшин Ю. А. Связь линий тока и скорости деформации в процессах развитого пластического формоизменения / Ю. А. Алюшин // Изв. вузов. Черная металлургия. - 1970. - №8. - С.71-74.
2. Кучеряев Б. В. К определению действительных функций тока и функций напряжений при решении задач теории вязкопластических течений / Б. В. Кучеряев // Пластическая деформация легких и специальных сплавов. - М.: Металлургия.- 1982. – Вып 2. - С.27-37.
3. Огородников В. А. Энергия. Деформации. Разрушение (задачи автотехнической экспертизы) / В. А. Огородников, В. Б. Киселев, И. О. Сивак // Вінниця: УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2005. – 204 с.
4. Сивак Р. И. Оценка пластичности металла при холодном двухэтапном деформировании» / Р. И. Сивак, В. А. Огородников, И. О. Сивак // Вісник Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут». Серія «Машинобудування», №3 (78), с. 96-100, 2016.
5. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. - М.: Наука, 1987. - 840с.
6. Смолин И. Ю. Двумерное моделирование пластической деформации в матрице металлокерамического композита на мезоуровне: оценка напряженных состояний и численных методов / И. Ю. Смолин, Э. Соппа, З. Щмаудер, П. В. Макаров // Физическая мезомеханика. – 2000. - №1. – С. 17-22.
7. Чигиринский В. В. Моделирование участков перехода при пластическом формоизменении в условиях обемного нагружения / В. В. Чигиринский, А. А. Ленок // Вісник Запорізького національного університету. – 2015. - №3. – С. 275-284.
8. Елькин В. М. Численное моделирование локализации пластического течения при простом сдвиге / В. М. Елькин, В. Н. Михайлов, Т. Ю. Михайлова // Прикладная механика и техническая физика. – 2005. - №1. – С. 173-180.
9. Завьялов Ю.С., Квасов Б.И., Мирошниченко В.Л. Методы сплайн-функций. - М.: Наука, 1980. – 352 с.
10. Суворов И.К. Обработка металов давлением.-М.: Высш. шк.,1973.-381 с.