

УДК 539.376

Метод експериментального підтвердження гіпотези існування єдиної ізохронної діаграми деформування

Фернаті П.В.

Інститут механіки ім. С.П. Тимошенко НАН України, м. Київ, Україна

Анотація. Розроблено метод експериментального підтвердження гіпотези існування єдиної ізохронної діаграми деформування, яка є основою для побудови нелінійної моделі в'язкопружності спадкового типу із незалежною від часу нелінійністю типу моделі Ю.Н. Работнова. Єдина ізохронна діаграма деформування містить діаграму миттєвого деформування як ізохрону для нульового моменту часу. Гіпотеза підтверджується експериментально за допомогою статистичних методів обробки результатів механічних дослідів. Встановлено відповідні значення статистичних характеристик, що забезпечують необхідну точність виконання умов існування єдиної ізохронної діаграми деформування і відповідно забезпечують необхідну точність при розв'язку задач прогнозування процесів нелінійно-в'язкопружного деформування за допомогою даної моделі. Виконано експериментальну апробацію методу на задачі виявлення єдиної ізохронної діаграми деформування нейлону FM 3001.

Ключові слова: єдина ізохронна діаграма деформування; нелінійна модель в'язкопружності; статистичні методи; функція подібності; діаграма миттєвого деформування;

Вступ. Одним з основних питань, що необхідно вирішити при розв'язку задач прогнозування в'язкопружного деформування реальних матеріалів за допомогою будь якої математичної моделі є питання узгодження меж застосування обраної моделі з механічними властивостями досліджених матеріалів. Наявність єдиної ізохронної діаграми деформування є основною умовою при застосуванні нелінійної моделі в'язкопружності [1], оскільки гіпотеза її існування використана для побудови цієї моделі.

Труднощі, що виникають при підтвердженні існування єдиної ізохронної діаграми деформування у реальних конструкційних матеріалів пов'язані із похибками, що виникають внаслідок статистичної природи процесів в'язкопружного деформування. Частково ці труднощі можливо вирішити шляхом суб'єктивних оцінок експериментальних даних досліджених матеріалів.

Метою даної роботи є розробка методу підтвердження існування єдиної ізохронної діаграми деформування на основі статистичної обробки експериментальних даних.

1. Постановка задачі. Визначальне рівняння моделі нелінійно-в'язкопружного деформування за умов одновісного навантаження задається у вигляді [1]

$$\frac{d\varepsilon^r(t)}{dt} = \frac{d}{dt} \left[\sigma(t) + \int_0^t K(t-\tau)\sigma(\tau)d\tau \right] \cdot \left[\frac{d\phi_0(\varepsilon^r(t))}{d\varepsilon^r} \right]^{-1}, \quad (1)$$

де $K(t-\tau)$ - ядро спадковості; $\phi_0(\cdot)$ - рівняння діаграми миттєвого деформування; τ - момент часу що передуює часу спостереження t .

Рівняння (1) побудовано на основі гіпотези існування єдиної ізохронної діаграми. За єдину ізохронну діаграму деформування розуміємо миттєву діаграму деформування $\phi_0(\varepsilon^s)$, до якої зведені ізохронні діаграми повзучості $\phi_t(\varepsilon^r, t)$ для всього інтервалу часу t ($t > 0$) і всіх рівнів деформації ε^r ($\varepsilon^r > \varepsilon^e$). Миттєва діаграма деформування в цьому випадку виступає в якості діаграми зведення. В подальшому будемо вважати, що єдина ізохронна діаграма існує

для даного матеріалу, якщо виконується умова подібності ізохронних діаграм повзучості і діаграми миттєвого деформування.

Узагальнена умова подібності ізохронних діаграм повзучості, що містить діаграму миттєвого деформування задаємо у вигляді

$$\phi_0(\varepsilon_i^e) = (1 + G(t_j)) \phi_t(\varepsilon_i^r, t_j), \quad i = \overline{1, l}; j = \overline{1, m} \quad (2)$$

яка задає подібність в площині « σ – ε ». Тут ε_i^e – деформація, що не залежить від часу і визначається з експериментальної діаграми миттєвого деформування і вважається, що $\varepsilon_i^e = \varepsilon_i^r|_{t=0}$; $1 + G(t_j)$ – функція подібності; $\phi_t(\varepsilon_i^r, t_j) = \sigma(\varepsilon_i^r)$ – значення напруження, що визначаються по ізохронним діаграмам повзучості для кожного з моментів t_j .

Умова подібності (2) містить ізохронні діаграми повзучості які мають відхилення пов'язані із статистичною природою процесу повзучості реальних матеріалів, тому виконання цієї умови оцінюється з певною похибкою і певною ймовірністю.

Задача полягає у розробці методу перевірки виконання умови подібності (2) із застосуванням методів статистичної обробки експериментальних даних і у виконанні експериментальної апробацію розробленого методу на запозичених з літератури [2] експериментальних даних.

2. Основні положення методу. Розрахунок осереднених значень функції подібності $\tilde{G}(t_j) = 1 + G(t_j)$ виконується шляхом мінімізації функціонала

$$\min_{\tilde{G}(t_j)} \left(\Phi(\tilde{G}(t_j)) \right) = \min_{\tilde{G}(t_j)} \left(\sum_{i=1}^l \left(\phi_0(\varepsilon_i^e, 0) - \tilde{G}(t_j) \phi_t(\varepsilon_i^r, t_j) \right)^2 \right), \quad (3)$$

звідки для цієї функції маємо співвідношення

$$\tilde{G}(t_j) = \frac{\sum_{i=1}^l \left(\phi_0(\varepsilon_i^e, 0) \cdot \phi_t(\varepsilon_i^r, t_j) \right)}{\sum_{i=1}^l \left(\phi_t(\varepsilon_i^r, t_j) \right)^2}. \quad (4)$$

Використовуючи значення функції подібності знайденої за (4) будемо приведені ізохронні діаграми повзучості $\tilde{\phi}_t(\varepsilon_i^r, t_j)$ за співвідношенням

$$\tilde{\phi}_t(\varepsilon_i^r, t_j) = \tilde{G}(t_j) \phi_t(\varepsilon_i^r, t_j). \quad (5)$$

Оцінка значимості розходження зведених ізохронних діаграм і діаграми миттєвого деформування виконується з врахуванням обмеженості виборки ($m < 50$) початкових дослідних даних. Вважається, що єдина ізохронна діаграма деформування існує з похибкою δ , якщо виконується умова

$$\frac{|\bar{\phi}(\varepsilon_i) - \phi_0(\varepsilon_i^e)|}{\phi_0(\varepsilon_i^e)} \leq \delta, \quad (6)$$

а величина $\phi(\varepsilon_i)$ попадає в довірчі інтервали [3]

$$\bar{\phi}(\varepsilon_i) - \delta \bar{\phi}(\varepsilon_i) < \phi(\varepsilon_i) < \bar{\phi}(\varepsilon_i) + \delta \bar{\phi}(\varepsilon_i), \quad (7)$$

$$\bar{\phi}(\varepsilon_i) - \frac{t_{\alpha,k} S_{\bar{\phi}}(\varepsilon_i)}{\sqrt{m}} < \phi(\varepsilon_i) < \bar{\phi}(\varepsilon_i) + \frac{t_{\alpha,k} S_{\bar{\phi}}(\varepsilon_i)}{\sqrt{m}}, \quad (8)$$

з ймовірністю P . Тут $\phi(\varepsilon_i)$ - істинне, $\bar{\phi}(\varepsilon_i)$ - вибіркове середнє значення єдиної ізохронної діаграми для рівня деформації $\varepsilon_i = \varepsilon_i^e = \varepsilon_i^r$; $t_{\alpha,k}$ - квантиль статистики; $S_{\bar{\phi}}(\varepsilon_i)$ - вибірккові середні квадратичні відхилення,

Умови (7) і (8) виконуються якщо виконується умова

$$t_{\alpha,k} = \frac{\delta \bar{\phi}(\varepsilon_i) \sqrt{m}}{S_{\bar{\phi}}(\varepsilon_i)} \geq t_{\alpha,k}^*, \quad (9)$$

де $t_{\alpha,k}^*$ - критичне значення квантиля статистики, яке відповідає ймовірності P і обирається за таблицями [3].

З врахуванням викладеного вважається, що єдина ізохронна діаграма в дослідженому матеріалі існує, якщо виконуються умови (6) і (9) з заданою похибкою δ і ймовірністю P . Для одержання результатів розрахунків процесів нелінійно-в'язкопружного деформування на основі визначального рівняння (1) в межах 10% по напруженням і деформаціям рекомендується використовувати значення похибки $\delta = 0,05$ а ймовірність $P = 90\%$.

3. Експериментальна апробація методу. Визначимо чи існує єдина ізохронна діаграма деформування для нейлонових волокон FM 3001 при $\theta = 23^\circ\text{C}$, експериментальні дані яких запозичені з [2]. В якості початкових даних використовуються діаграма миттєвого деформування і ізохронні діаграми повзучості за умов одновісного розтягу, для дослідженого матеріалу малюнок 1.а.

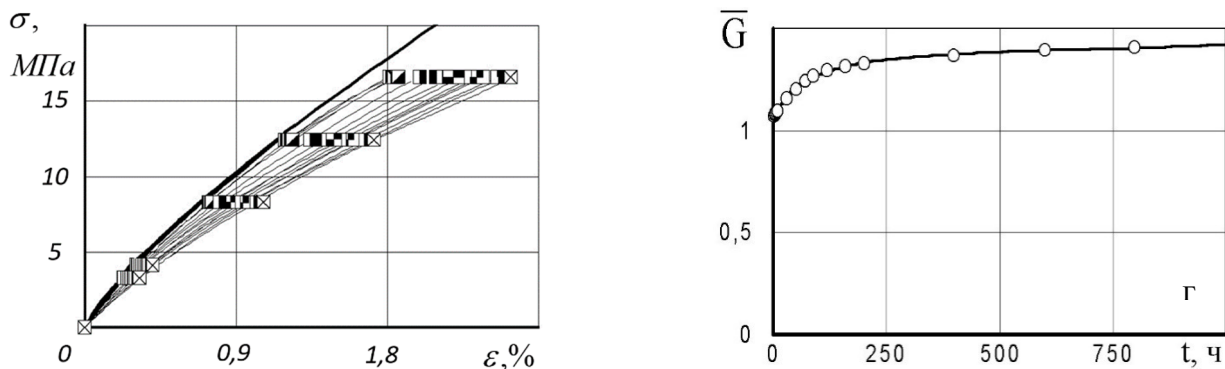


Рис. 1. Ізохронні діаграми повзучості та функція подібності

На рис 1. а. точками показані значення ізохронних діаграм повзучості для часів $t_j = 2$ (□), 4 (■), 6 (▣), 8 (▤), 10 (▥), 30 (▧), 50 (▨), 70 (▩), 90 (▪), 120 (▬), 160 (▮), 200 (▯), 400 (▰), 600 (▱), 800 (▲) годин, що визначені з експериментальних кривих повзучості отриманих за умов одновісного розтягу при напруженнях $\sigma_k = 3,3, 4,2, 8,4, 12,7, 16,9$ МПа.

Товстою суцільною лінією на цьому малюнку представлена діаграма миттєвого деформування.

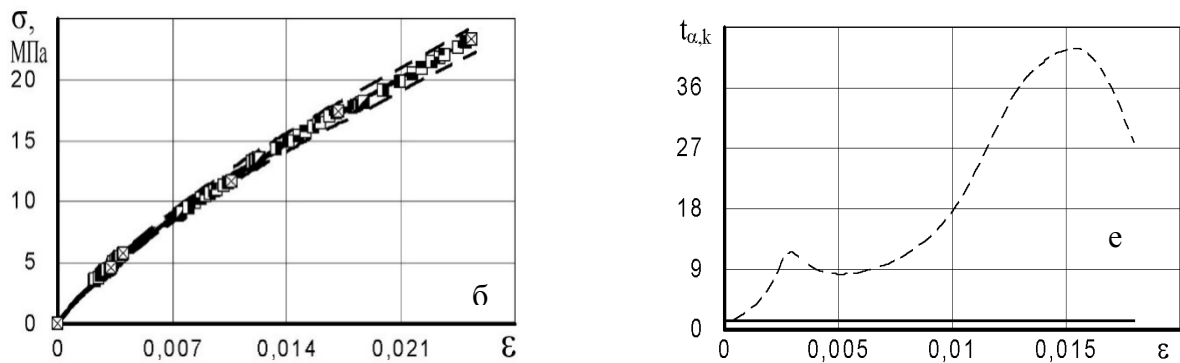
Для виконання перевірки згідно до розглянутого в роботі метода необхідно виконати наступні пункти.

Визначити функцію подібності за співвідношенням (4). На рис 1.б. точками представлені значення функції подібності визначеної за співвідношенням (4).

Побудувати приведені ізохронні діаграми на основі співвідношення (5). На рис 2.а. точками представлені значення приведених ізохронних діаграм повзучості для часів t_j ,

позначення співпадають з позначеннями на рис 1.а. Пунктирними лініями представлено інтервал, заданий співвідношенням (7) для $\delta = 0,05$ ($\pm 5\%$). Звідки видно, що діаграма миттєвого деформування (суцільна лінія) входить в цей інтервал і відповідно умова (6) виконується.

Для обраних моментів часу t_j , визначаємо значення квантиля статистики $t_{\alpha,k}$ за співвідношенням (9) і порівнюємо з критичним значенням, яке взяте за таблицями [3] $t_{\alpha,k}^* = 1,345$, що відповідає ймовірності $P = 90\%$. На малюнку 2. б. представлено



Мал. 2 Єдина ізохронна діаграма та квантиль статистики

розрахункові значення $t_{\alpha,k}$ - пунктирна лінія і значення $t_{\alpha,k}^*$ - суцільна лінія, що свідчить про виконання умови (9) у всьому дослідженому інтервалі часів і напружень і відповідно про існування для даного матеріалу єдиної ізохронної діаграми деформування.

The method of experimental confirmation of the hypothesis of the existence of a unified isochronous deformation diagram

Fernati P.V.

A method for experimental confirmation of the hypothesis of the existence of a single isochronous strain diagram has been developed. The hypothesis is the basis for constructing a nonlinear model of hereditary viscoelasticity with a time-independent nonlinearity of the model type Yu.N. Rabotnova. The unified isochronous diagram contains the diagram of the instantaneous deformation as an isochron for time zero. The hypothesis is confirmed experimentally using statistical methods for processing the results of mechanical tests. The corresponding values of the statistical characteristics are determined, which provide the necessary accuracy when solving the problems of forecasting the processes of nonlinear-viscoelastic deformation using this model. Experimental testing of the method was carried out on the problem of identifying a unified isochronous deformation diagram of nylon FM 3001.

Keywords: unified isochronous deformation diagram; nonlinear model of hereditary viscoelasticity; statistical methods; similarity function; instantaneous deformation diagram;

Метод экспериментального подтверждения гипотезы существования единой изохронной диаграммы деформирования.

Фернати П.В.

Аннотация. Разработан метод экспериментального подтверждения существования единой изохронной диаграммы деформирования, которая является основой для построения нелинейной модели вязкоупругости наследственного типа с независимой от времени нелинейностью типа модели Ю.Н. Работнова. Единая изохронная диаграмма содержит диаграмму мгновенного деформирования как изохрону для нулевого момента времени. Гипотеза подтверждается экспериментально с помощью статистических методов обработки результатов механических испытаний. Определены соответствующие значения статистических характеристик, которые обеспечивают необходимую точность при решении задач прогнозирования процессов нелинейно-вязкоупругого деформирования с помощью данной модели. Выполнено экспериментальную апробацию метода на задаче выявления единой изохронной диаграммы деформирования нейлона FM 3001.

Ключевые слова: единая изохронная диаграмма; нелинейная модель вязкоупругости; статистические методы; функция подобия; диаграмма мгновенного деформирования;

Список літератури

1. Голуб В.П. Нелинейная ползучесть вязкоупругих органических волокон при растяжении // Голуб В.П., Кобзарь Ю.М., Фернати П.В. Прикл. механика.- 2005.- Том 41, № 7, С.102-115.
2. Marin J., Webber A.C. and Weissmann G.F. Creep-time relations for nylon in tension, compression, bending, and torsion // Proc. ASTM.- 1954.- Vol.54, pp.1313-1343.
3. Степнов М.Н. Статистические методы обработки результатов механических испытаний.- Москва : Машиностроение, 1985.- 232 с.

Наукові дослідження, результати яких опубліковано у даній статті, виконано за рахунок коштів бюджетної програми «Підтримка пріоритетних напрямів наукових досліджень» (КПКВК 6541230).