

УДК 539.376

Модель руйнування гладких циліндричних стрижнів при багато цикловому симетричному крученні

Кобзар Ю.М.

Інститут механіки ім. С.П.Тимошенка НАН України, 03057, Київ, Україна

Запропонована модель втоми, в основу якої покладено зменшення несучої маси речовини в першій чвертині циклу та збільшення її щільності в другій чвертині циклу кручення проти годинникової стрілки, а також зменшення несучої маси речовини в третій чвертині циклу та збільшення її щільності в четвертій чвертині циклу кручення за годинниковою стрілкою. Дотичне напруження та кут зсуву зв'язані лінійною залежністю Гука. В залежності від початкових фізико-механічних властивостей стрижня, контролюються його структурні зміни, які кількісно відображають зміни маси, щільності, напружень, модуля зсуву, обчислення яких відбувається на кожному циклі. Прийнято, що крихке руйнування стрижня відбувається в циклі, в якому не виконується нерівність початкової енергії руйнування та потенційної пружної енергії за помпованої на цьому циклі. Критерієм досягнення межі втоми є не виконання нерівності за межею прийнятої бази випробувань. Алгоритм моделі реалізовується в програмному середовищі комп'ютерної алгебри.

Ключові слова: симетричне кручення; модель втоми; межа втоми; енергетичний критерій руйнування при втомі.

Прогнози руйнування в умовах багато циклової втоми в випадку симетричного навантаження, невідомі. В основному, явище втоми вивчається за умов, коли діють асиметричні навантаження [1,2]. В даній роботі, запропонована модель втоми стрижня під дією симетричного кручення. В рамках моделі досліджується крихке руйнування матеріалів, коли змінюється несучий об'єм зразка і не враховуються малі зміни форми. Визначаються на кожному циклі структурні зміни, які спричиняють зміни маси, щільності, напруження, модуля зсуву. Прийнято, що втомне руйнування стрижня відбувається на тому циклі, на якому не виконується нерівність, яка характеризує процес. Ця нерівність отримана з балансу енергій стрижня – за помпованої пружної та енергії яку викликає дія зовнішнього навантаження. Цей підхід є розвитком моделі руйнування при багато цикловому симетричному розтязі - стискові [3, 4].

Нехай на ізотропний стрижень з коефіцієнтом Пуасона μ , межею міцності σ_s і початковими – модулем зсуву G_1 , масою m_1 , щільністю ρ_1 , довжиною l_1 , площею перетину F_1 , діє симетричний періодичний скручуючий момент M_i , з амплітудним значенням $M_a = const$. Початкові дотичні напруження $\tau_0 = \frac{M_{ак}}{\pi R_0^3}$ менше межі $\sigma_{нц}$ пропорційності.

Циклічні дотичні напруження

$$\tau(i) = \tau_a(i) \sin \Omega t, \quad (1)$$

де $\tau_a(i) = M_{ак} / W_p(i)$; $W_p(i)$ - амплітудне значення полярного моменту опору поперечного перетину стрижня, що виникають в стрижні з початковим об'ємом $V_1 = m_1 / \rho_1$ викликають на кожному i -тому циклі стиск в першій $j=1$, третій $j=3$ та розтяг в другій $j=2$, четвертій чвертях.

Початкова пружна енергія, що накопичується в стрижні з амплітудою в одиниці об'єму $W_1 = \tau_{a1}^2 / 2G_1$ при крученні буде

$$U = W_1 V_1 = \frac{\tau_k^2}{4G_2(0)} \frac{m}{\rho}. \quad (2)$$

Найбільша потенційна енергія U , що прикладена ззовні при циклічному крученні стержня, дорівнює половині добутку коефіцієнту жорсткості $k = m\omega_0^2$ гармонічного моменту з частотою Ω на квадрат найбільшого кута закручування $\phi = -\frac{M_{ak}L}{m\omega_0^2}$, де ω початкова власна частота стрижня при співвідношенні $\Omega \ll \omega$ між частотами, і рівна

$$U = \frac{1}{2} \frac{M_k^2 L^2}{m\omega_0^2}. \quad (3)$$

Ці енергії (2), (3), при найбільших кутах закручування, рівні між собою

$$U = \frac{1}{2} \frac{M_k^2 L^2}{m\omega_0^2} = \frac{\tau_k^2}{4G_2(0)} \frac{m}{\rho}. \quad (4)$$

З балансу енергій (4), знаходимо початкову власну частоту $\omega_0 = \frac{M_k L}{m\tau_k} \sqrt{2G_2(0)\rho}$ стрижня.

Прийнято, що зовнішнє амплітудне значення руйнуючого моменту є $M_\epsilon = \frac{m\tau_\epsilon \omega_0}{L\sqrt{2G_2(0)\rho}}$,

а енергія руйнування $U_0 = \frac{1}{2} \frac{M_\epsilon^2 L^2}{m\omega_0^2}$. Критерієм крихкого руйнування є виконання нерівності

$$\frac{M_\epsilon^2 L^2}{m_1 \omega_0^2} - \frac{\tau_{aj}(i)^2}{2G_j(i)} \frac{m_j(i)}{\rho_j(i)} < 0, \quad (5)$$

на j -тій чверті циклу i -того циклу і цей цикл $i = N_a < N_0$ є межею циклічної довговічності при початковій дотичній напрузі τ_1 викликаній циклічним симетричним моментом M_a . Критерієм досягнення межі втоми є не виконання нерівності (5) для $i \geq N_0$ за межею прийнятої бази випробувань N_0 .

Розглянемо рекурентний процес накопичення втоми на довільному i -тому циклі. В першій чверті $j=1$ циклу при стисковій протидії годинникової стрілки прийнято, що довжина L та щільність $\rho_4(i-1) = \rho_1(i)$ не змінюється. Стан стрижня в цій чверті циклу i та четвертій чверті попереднього циклу $i-1$ зв'язують рівності

$$1 = \frac{\rho_4(i-1)\pi(R_4(i-1))^2 L}{m_4(i-1)} = \frac{\rho_1(i)\pi(R_1(i))^2 L}{m_1(i)}, \quad (6)$$

де $m_1(i)$ - несуча маса стрижня; $R_1(i)$ - його радіус.

З допомогою рівнянь (6) залежність між масами та радіусами буде

$$\frac{m_1(i)}{m_4(i-1)} = \frac{(R_1(i))^2}{(R_4(i-1))^2}, \quad (7)$$

де $m_1(i)$ - невідома маса. Баланс енергій цієї чверті циклу $j=1$ даного i циклу має вигляд

$$U = \frac{1}{2} \frac{M_{ak}^2 L^2}{m_1(i) \omega_0^2} = \frac{(\tau_{a1}(i))^2}{4G_1(i)} \frac{m_1(i)}{\rho_1(i)}. \quad (8)$$

Максимальне амплітудне напруження ϵ

$$\tau_{a1}(i) = G_1(i) \gamma_1(i). \quad (9)$$

Відношення радіусів через напруження та кут зсуву попереднього циклу представляється, як

$$\left(\frac{R_1(i)}{R_4(i-1)} \right)^4 = \frac{\tau_{a4}(i-1)}{G_1(i) \gamma_4(i-1)}. \quad (10)$$

Тоді, відношення початкового радіусу до попереднього, враховуючи (7), (9), (10) з балансу енергій (8), буде

$$\left(\frac{R_1(i)}{R_4(i-1)} \right)^2 = \frac{2\rho_4(i-1)M_{ak}^2 L^2}{\omega_0^2 m_4(i-1)^2 \gamma_4(i-1) \tau_4(i-1)} \quad (11)$$

Знаючи відношення радіусів (11) визначається новий модуль пружності з (10), який дорівнює

$$G_1(i) = \frac{\tau_4(i-1)}{\gamma_4(i-1)} \left(\frac{R_4(i-1)}{R_1(i)} \right)^4 \quad (12)$$

та кут зсуву

$$\gamma_1(i) = \gamma_4(i-1) \frac{R_1(i)}{R_4(i-1)}. \quad (13)$$

Маса (7), напруження (9) та модуль зсуву (12), знайдені в цій чверті циклу, стають початковими даними для наступної чверті цього циклу.

В другій $j=2$ чверті циклу при крученні проти годинникової стрілки прийнято, що стержень розтягується його маса, довжина та модуль зсуву не змінюються, але змінюються щільність та об'єм. Стан стрижня на цій чверті циклу зв'язують рівності аналогічні (6), з їх допомогою знаходиться залежність між щільностями та радіусами

$$\frac{\rho_2(i)}{\rho_1(i)} = \frac{(R_1(i))^2}{(R_2(i))^2}, \quad (14)$$

де $\rho_2(i)$ - невідома щільність. Після серії обчислень аналогічних (7), (9), (10), (13) знаходяться нові радіус, кут зсуву, напруга та щільність, які стають початковими даними для наступної чверті циклу. Маса за припущенням не змінювалась, а модуль зсуву не перераховувався в цій чверті $j=2$ розтягу при крученні в i циклі. Далі перевіряється нерівність (5), в разі її виконання, руйнування відбулося, розрахунки припиняються, в противному випадку обчислення продовжуються. Такі ж рекурентні обчислення проводяться для кожної чверті наступних циклів. Апробація моделі знаходиться в стадії розробки і реалізується в доступній системі комп'ютерної алгебри. Вперше Запропонована модель вперше прогнозує руйнування від втоми, при симетричному циклічному крученні стрижня не використовуючи при цьому даних результатів лабораторних випробовувань на втому.

MODEL OF DESTRUCTION OF SMOOTH CYLINDRICAL RODS AT MUCH CYCLIC SYMMETRIC TORSION

Kobzar Ju.M.

A fatigue model based on a decrease in the carrier mass of a substance in the first quarter of a cycle and an increase in its density in the second quarter of a clockwise rotation cycle, as well as a decrease in the carrier mass of a substance in the third quarter of a cycle and an increase in its density in a fourth quarter cycle arrow. The tangential stress and shear angle are related by the Hooke linear relationship. Depending on the initial physical and mechanical properties of the rod, its structural changes are controlled, which quantitatively reflect the changes in mass, density, stresses, shear modulus, which are calculated on each cycle. It is accepted that the brittle fracture of the rod occurs in a cycle in which the inequality of the initial fracture energies and the potential elastic energy pumped on this cycle is not fulfilled. The criterion for achieving the limit of fatigue is the non-fulfillment of inequality outside the accepted test base. The algorithm of the model is implemented in the software environment of computer algebra.

Keywords: symmetrical torsion; fatigue model; fatigue limit; energy criterion of destruction at fatigue

МОДЕЛЬ РАЗРУШЕНИЯ ГЛАДКИХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ СТЕРЖНЕЙ ПРИ МНОГО ЦИКЛОВОМ СИММЕТРИЧНОМ КРУЧЕНИИ

Кобзарь Ю.М.

Предложенная модель усталости, в основу которой положено уменьшение несущей массы вещества в первой четверти цикла и увеличения ее плотности во второй четверти цикла кручение против часовой стрелки, а также уменьшение несущей массы вещества в третьей четверти цикла и увеличения ее плотности в четвертой четверти цикла кручение по часовой стрелке. Касательное напряжение и угол сдвига связаны линейной зависимостью Гука. В зависимости от начальных физико-механических свойств стержня, контролируются его структурные изменения, которые количественно отражают изменения массы, плотности, напряжений, модуля сдвига, вычисления которых происходит на каждом цикле. Принято, что хрупкое разрушение стержня происходит в цикле, в котором не выполняется неравенство начальной энергии разрушения и потенциальной упругой энергии закачаной на этом цикле. Критерием достижения предела усталости является не выполнение неравенства за чертой принятой базы испытаний. Алгоритм модели реализуется в программной среде компьютерной алгебры.

Ключевые слова: симметричное кручение; модель усталости; предел усталости; энергетический критерий разрушения при усталости

Список літератури

1. Хейвуд Р.Б. Проектирование с учетом усталости/Р.Б. Хейвуд Под ред. И.Ф. Образцова.-Москва: Машиностроение, 1969.- 504 с.
2. Голуб В.П., Погребняк А.Д. Высоко-температурное разрушение материалов при циклическом нагружении / В.П. Голуб, А.Д. Погребняк.- Киев: Наукова думка, 1994. – 228 с.
3. Кобзарь Ю.М., К оценке усталостной долговечности гладких цилиндрических стержней при одноосном симметричном растяжении сжатии /Ю.М Кобзарь //Авиационно-космическая техника и технология.-2015.- №9(126).- С.6-14.
4. Кобзар Ю.М. Модель структурних змін та руйнування гладких циліндричних стрижнів при одновісному симетричному розтязі-стиску/Ю.М. Кобзар// Матеріали XX МНТК „Прогресивна техніка, технологія та інженерна освіта”.-Київ: ММІ НТУУ «КПІ» ім. І. Сікорського, 10 -13 вересня 2019 року.-С.46-49.