## УДК 539.3

## К ОЦЕНКЕ ДЛИТЕЛЬНОСТИ ИНКУБАЦИОННОЙ СТАДИИ РОСТА УСТАЛОСТНОЙ ТРЕЩИНЫ В ТОНКИХ ИЗОТРОПНЫХ ПЛАСТИНАХ С КРУГОВЫМ ОТВЕРСТИЕМ ПРИ ОДНООСНОМ АСИММЕТРИЧНОМ РАСТЯЖЕНИИ-СЖАТИИ

## Голуб В.П., Плащинская А.В.

Институт механики им. С.П. Тимошенко НАН Украины, Киев, Украина

Анотация. Рассмотрена задача о длительности инкубационного периода усталостной трещины нормального отрыва в тонкой изотропной пластине конечных размеров с центральным гладким круговым отверстием при одноосном симметричном и асимметричном растяжении-сжатии. Решение построено аналитически на основе двухстадийной модели роста усталостных трещин, объединяющей силовую концепцию нелинейной механики трещин и концепцию механики непрерывной поврежденности. Асимметричное циклическое нагружение сводится к эквивалентному по числу циклов разрушения симметричному циклу нагружения. Определена длительность инкубационной стадии роста усталостной трещины в пластинах из алюминиевых сплавов 2024-ТЗ и 7075-Тб в зависимости от размера отверстий и приложенного циклического нагружения. Результаты расчетов апробированы экспериментально.

**Ключевые слова:** усталостное разрушение, инкубационный период, усталостная трещина, тонкие изотропные пластины, круговое отверстие, асимметричное циклическое нагружение.

Введение. Построение моделей усталостного разрушения и решение задач распространения усталостных трещин в твердых телах при многоцикловом нагружении является актуальной проблемой механики хрупкого разрушения. Одним из перспективных путей построения теоретических моделей роста усталостных трещин в упругих телах представляется подход, объединяющий энергетическую концепцию механики трещин и концепцию механики непрерывной поврежденности [1, 2]. Идея выбора процесса накопления повреждений на фронте трещины в качестве основной движущей силы для растущей усталостной трещины, сформулированная в [1, 2], получила дальнейшее развитие в работах [3-5]. В этих работах построена двухстадийная модель роста усталостных трещин в тонких изотропных бесконечных пластинах при одноосном растяжении-сжатии, а в работах [6, 7] получены разрешающие соотношения модели для тонких пластин конечных размеров. Модель апробирована экспериментально на задачах расчета кинетики роста усталостных трещин в тонких бесконечных и конечных пластинах из алюминиевых сплавов при одноосном симметричном и асимметричном растяжении-сжатии.



В настоящей работе рассматриваются задачи о длительности инкубационной стадии роста усталостной трещины в тонких изотропных пластинах с гладкими концентраторами напряжений в виде центрального кругового отверстия. Актуальность и необходимость решения такого класса задач определяет тот факт, что период накопления усталостных повреждений и зарождение микротрещин в материале элементов конструкций может составлять около 70% их долговечности.

**1.Постановка задачи.** Рассматривается изотропная прямоугольная пластина шириной *w* и высотой *h* с центральным гладким круговым отверстием (рис. 1) радиуса *r*. Пластина находится в условиях одноосного асимметричного многоциклового растяжения-сжатия

$$\tilde{\sigma} = \sigma_m + \sigma_a g(ft) \tag{1.1}$$

где  $\sigma_a$  – амплитудное,  $\sigma_m$  – среднее значения напряжений асимметричного цикла; g(ft) – периодическая функция закона нагружения; f, t – частота и физическое время нагружения; n = ft – число циклов нагружения.

Циклические напряжения  $\tilde{\sigma}$  распределены равномерно по краям пластин перпендикулярно оси *x*. Контур кругового отверстия свободен от нагрузок.

В течение инкубационной стадии в пластинах с гладкими концентраторами напряжений происходит накопление усталостной поврежденности и зарождаются макротрещины некоторой исходной длины.

Длительность инкубационной стадии определяем на основе метода, изложенного в работах [3, 7]. Совместное рассмотрение силовой концепции механики трещин и концепции механики непрерывной поврежденности сводит задачу к решению эволюционного уравнения накопления усталостных повреждений

$$\frac{d\omega(x,n)}{dn} = D \left[ \frac{(\Delta \sigma_{yy}(x,n))}{1 - \omega(x,n)} \right]^q$$
(1.2)

с начальным условиями в точке x<sub>\*</sub>

$$\omega(x_*, n) = \begin{cases} 0 & n = 0 \\ 1 & n = n_* \end{cases} ,$$
(1.3)

Интегрируя (1.2) с начальными условиями (1.3) и с учетом двухстадийности роста усталостной трещины, запишем уравнение движения усталостной трещины

$$\int_{0}^{1} \left[1 - \omega(x_{*}, n)\right]^{q} d\omega = (1 + q) D \left\{ \int_{0}^{n_{*}} \left[ (\Delta \sigma_{yy})(x_{*}, \tau) \right]^{q} d\tau + \int_{n_{*}}^{n} \left[ (\Delta \sigma_{yy})(x_{*}, \tau) \right]^{q} d\tau \right\},$$
(1.4)

на основании которого получаем выражение для оценки длительности инкубационной стадии в пластинах с гладкими концентраторами напряжений

$$n_* = \frac{1}{(1+q)D(\sigma_{yy})_{\max}^q}.$$
 (1.5)

Максимальное нормальное напряжение  $(\sigma_{yy})_{max}$  у контура отверстия вдоль оси *x* с учетом коэффициента концентрации напряжений, согласно работы [8], определяется соотношением

$$(\sigma_{yy})_{\max} = \left[3 - 3, 14\left(\frac{2r}{w}\right) + 3,667\left(\frac{2r}{w}\right)^2 - 1,527\left(\frac{2r}{w}\right)^3\right] \left(1 - \frac{2r}{w}\right)^{-1} \sigma_{a,eqv}, \quad (1.6)$$

где  $\sigma_{a,eqv}$  – амплитуда эквивалентных циклических напряжений, позволяющих асимметричный цикл свести к эквивалентному по числу циклов до разрушения симметричному циклу [9];  $n_*$  – длительность инкубационной стадии; q, D – экспериментально определяемые коэффициенты, характеризующие интенсивность накопления усталостных повреждений.

Выражение (1.5) для прямоугольной пластины с гладким круговым отверстием при одноосном асимметричном циклическом растяжении-сжатии преобразуется к виду

$$n_{*} = \frac{\left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{2} \frac{\sigma_{m}}{\sigma_{B}}\right)^{2} + \frac{1}{24} \left(\frac{\pi}{2} \frac{\sigma_{m}}{\sigma_{B}}\right)^{4}\right]^{r_{4}}}{(1+q)D\left\{\left[3 - 3, 14 \left(\frac{2r}{w}\right) + 3, 667 \left(\frac{2r}{w}\right)^{2} - 1, 527 \left(\frac{2r}{w}\right)^{3}\right]\sigma_{a}\right\}^{q}} \left(1 - \frac{2r}{w}\right)^{q}, \quad (1.7)$$

**2.** Оценка длительности инкубационной стадии. Определим длительность инкубационного периода в тонких пластинах с центральным круговым отверстием из алюминиевых сплавов 2024-ТЗ и 7075-Т6 при одноосном асимметричном многоцикловом растяжении-сжатии. Характеристики механических свойств материалов определены на основании экспериментальных данных [10] и приведены в табл. 1.

Таблица 1

Характеристики механических свойств в пластинах из алюминиевых сплавов				
Материал	$\sigma_{_{Y}}$ , МПа	$D$ , (МПа $^q$ ·цикл.) $^{-1}$	q	η
Сплав 2024-Т3	353	7,45.10-26	8,28	2,37
Сплав 7075-Т6	523	3,33.10-29	9.23	3,57

На рис. 2 представлена зависимость длительности инкубационной стадии  $n_*$  от величины 2r/w отношения диаметра отверстия к ширине пластины, а на рис. 3



Рис. 2. Зависимость длительности инкубационной стадии  $n_*$  от величины 2r/w отношения диаметра отверстия к ширине пластины в пластинах из алюминиевых сплавов 2024-T3 (а) и 7075-T6 (б) при R = -1:  $\sigma_m = 0$ ;  $\sigma_a = 69$  МПа (1); R = 0:  $\sigma_m = \sigma_a = 69$  МПа (2); R = 0, 5:

 $\sigma_m = 207; \ \sigma_a = 69 \text{ MIIa} (3)$ 



Рис.3. Зависимость длительности инкубационной стадии  $n_*$  от амплитуды циклических напряжений  $\sigma_a$  в пластинах из алюминиевых сплавов 2024-ТЗ (*a*) и 7075-Тб (*b*) при R = -1:  $\sigma_m = 0$  (—) и R = 0:  $\sigma_m = \sigma_a$  (––) и 2r/w = 0,16 (1); 0,3 (2); 0,50 (3)



Рис. 4 Зависимость инкубационной стадии от амплитуды циклических напряжений для сплава 2024-ТЗ для соотношения 2r/w = 0,16 при (а)  $\sigma_a = 138$  МПа, R = -1((-)-расчетные данные, ( $\circ$ )-эксперимент); (б) при  $\sigma_m = \sigma_a = 69$  МПа, R = 0 ((––)-расчетные данные, ( $\bullet$ )-эксперимент);

зависимость длительности инкубационной стадии от амплитуды циклических напряжений  $\sigma_a$  в пластинах из алюминиевых сплавов 2024-ТЗ и 7075-Т6 при одноосном асимметричном растяжении-сжатии по параметру отношения диаметра отверстия 2r к ширине пластины w и коэффициента асимметрии R. Как видно из рис. 2 и рис. 3 длительность инкубационной стадии зависит от свойств материала, геометрии концентратора напряжений и приложенного напряжения.

На рис. 4 для сплава 2024-ТЗ линиями представлены расчетные зависимости длительности инкубационной стадии от амплитуды циклических напряжений  $\sigma_a$  в пластинах из алюминиевого сплава 2024-ТЗ для соотношения 2r/w = 0,16. Расчетное значение длительности инкубационного периода при R = -1 (—) равно  $n_* = 2,15 \cdot 10^2$  циклов, а при R = 0 (— —) –  $n_* = 0,46 \cdot 10^5$  циклов. Точками нанесены экспериментальные данные из работы [12], где при R = -1 ( $\odot$ ),  $\sigma_m = 0$ ,  $\sigma_a = 138$  МПа, инкубационный период составил  $n_* = 3,13 \cdot 10^2$  циклов и для R = 0 ( $\bullet$ ) при напряжениях  $\sigma_m = \sigma_a = 69$  МПа,  $n_* = 1,29 \cdot 10^5$  циклов. Получено, как видно, вполне удовлетворительное согласование расчетных и экспериментальных данных по числу циклов.

## Список литературы

- 1. Болотин В.В. Уравнения роста усталостных трещин // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. 1983. №7. С. 153-160.
- Bolotin V.V. A unified approach to damage accumulation and fatigue crack growth // Engineering Fracture Mechanics. – 1985. – Vol. 22, N3, pp. 387-398.
- 3. Голуб В.П., Плащинская А.В. Модель усталостного разрушения тонких изотропных пластин с трещинами при осевом нагружении // Прикл. механика. 1994. Том 30, №7. С. 53-63.
- 4. Golub V.P., Panteleyev E.A. Fatigue damage and cyclic life-time of cracked isotropic plates considering two-stage fracture // Fatigue 93. Proc. of the Intern. Cong. on Fatigue: EMAS. 1993. Vol. 1, pp. 275-281.
- Golub V.P. Modelling of fatigue cracks growth in thin plates with stress concentrators // Numerical Methods in Engineering'96. Proc. of the Second ECCOMAS Conference on Numerical Methods in Engineering, 9-13 September 1996. – Paris - New-York: John Wiley & Sons. – 1996, pp. 129-135.
- 6. Плащинская А.В. Усталостное разрушение тонких пластин с концентраторами напряжений при одноосном асимметричном нагружении // Вісник НТУУ "КПІ". Серія Машинобудування, Київ, НТУУ-КПІ, 2013, №2 (68). С.78-83.
- 7. Голуб В.П., Плащинская А.В. К теории роста усталостных трещин в тонких изотропных пластинах конечных размеров при одноосном растяжении-сжатии // Прикл. механика. 2018. Том 54, №2. С. 79-99.
- Kirsch E.G. Die theorie der Elastizität und die Bedürfnisse der festigkeitslehre // Zeitschrift des Vereneines deutscher Ingenieure. – 1988. – Vol. 42. – P. 797-807.
- Голуб В.П., Плащинская А.В., Кочеткова Е.С. Усталостное разрушение тонких алюминиевых пластин с трещинами при одноосном асимметричном нагружении // Надежность и долговечность машин и сооружений. Сб. статей. – Вып. 31. – Киев: Изд-во ИПП НАНУ. – 2008. – С. 73-81.
- 10. Grover H.J., Hyler W.S., Kuhn P. Landers C.B., Hawell F.N. Axial-load fatigue properties of 24S-T and 75S-T aluminum alloys as determined in several laboratories // NACA TN 2928. 1953. 64 p.
- 11. Grews John H., Jr, The role of stress concentrations in structural fatigue //Dissertation submitted to the Graduate Faculty of the Virginia Polytechnic Institute, N69-41185, TMX-61969, May 1969, 155p.