

УДК 629.7:624:514.8

Структури на основі еліптичних дуг в задачах проектування траєкторій і створення механічних систем

Лабуткіна Т.В.

Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара, Дніпро, Україна

***Анотація.** Дослідження стосується питань, пов'язаних зі створенням просторових структур на основі еліптичних дуг у задачах аналізу траєкторного руху механічних об'єктів і управління цим рухом, а також у задачах проектування і застосування технічних об'єктів (як стаціонарних, так і динамічних). Дана класифікація методів створення таких структур і запропоновані приклади методів для задач проектування траєкторій руху орбітальних об'єктів. Представлена низка схожих задач для інших об'єктів. Серед цих задач такі: проектування траєкторій маневрування груп авіаційних літальних апаратів, якщо частки траєкторій можна розглядати як еліптичні дуги; створення конструкцій з елементами, які можуть бути апроксимовані еліптичними дугами; проектування і застосування транспортних розв'язок (у загальному випадку – багаторівневих), в яких є множина ділянок, представлених як еліптичні дуги. Результати досліджень призначені для використання у космічній галузі при створенні та застосуванні космічних систем. Низка підходів може бути узагальнена і застосована для технічних об'єктів різного типу.*

***Ключові слова:** проектування, траєкторії орбітального руху, траєкторії руху космічних і авіаційних літальних апаратів, конструкції з елементами, які апроксимують еліптичні дуги, транспортні розв'язки.*

Широкий спектр задач, пов'язаних з вивченням механічних систем, потребує розгляду просторових структур, що можна визначити як множину елементів у тривимірному просторі, кожен з яких на рівні спрощеного представлення відповідної математичної моделі можна уявляти обмеженою незамкненою або замкненою лінією (у загальному випадку довільної форми). Лінія може представляти матеріальний об'єкт (наприклад, стрижневий елемент конструкції), або абстрактний об'єкт (наприклад, фрагмент траєкторії руху літального апарату). Якщо складний матеріальний об'єкт, представлений множиною ліній, – механічна конструкція, то у багатьох випадках між елементами можуть бути механічні з'єднання, які у межах обраного спрощення розглядатимуться як спільні точки або як пара точок, кожна з яких належить своїй лінії і знаходяться у заданих границях близькості від іншої. Відповідно поєднання елементів здійснюється із застосуванням деякої технології приєднання, або реалізується із застосуванням для приєднання додаткових елементів. Якщо йдеться про складний абстрактний об'єкт, представлений множиною траєкторій (фрагментів траєкторій), то в багатьох випадках можна виділити спільні точки (перетинання траєкторій), або виділяти для пар ліній пари точок, для яких виконується умова мінімуму відстані між ними (локального або глобального). В даній роботі розгляд описаних структур, утворених довільними лініями, зведемо до розгляду структур, які утворюють лінії, які є еліптичними дугами, або у окремому випадку – коловими дугами (граничні випадки – еліпс або коло відповідно). Розглянемо структуру, в якій n дуг, що її утворюють, належать еліпсам, для яких одна з фокусних точок є спільною (назвемо таку структуру елементарною), а також структури більш високого рівню ієрархії, які являють собою поєднання декількох елементарних структур. Тобто в загальній структурі можна виділити декілька груп дуг, кожна з яких має свою спільну фокусну точку. Фокусні точки елементарних структур рознесені у просторі, але виконуються задані умови щодо їх розташування одна відносно одної, і множина елементарних груп розуміється як єдина структура. У даній роботі розглядаються питання проектування описаних структур для різних типів задач з врахуванням можливих обмежень часу на генерацію конкретного рішення і потреби в уніфікації (для задач близької групи) підходів щодо розрахунків характеристик об'єктів, яким відповідають описані структури. Мета роботи – загальний аналіз методів створення просторових структур на основі еліптичних дуг, представлення таких методів для задач проектування траєкторій руху орбітальних об'єктів, розгляд можливості застосування запропонованих підходів у технічних задачах іншого виду.

Розпочнемо з розгляду методів проектування елементарних просторових структур з еліптичних дуг (з єдиною фокусною точкою), застосовуючи приклади задач аналізу орбітального

руху, які виникають при створенні і експлуатації комічних систем. Для задач проектування орбітального руху точка спільного для дуг фокусу буде співпадати з точкою розташування центру тяжіння, яким може бути Землі, Місяць, Марсу тощо. У постановці задачі вважається, що при проектуванні мається на увазі незмінна структура з еліптичних дуг (якщо система динамічна і є еволюція цієї структури, то вона розглядається на якийсь фіксований момент часу, наприклад на початковий момент часу моделювання цієї системи). Повне визначення кожної дуги у структурі означає, що за наявною інформацією можна однозначно визначити параметри еліпсу, якому вона належить, її «розташування» на еліпсі і розташування площини, якій належить еліпс. У задачах, які розглядаються, визначати положення дуги на еліпсі, якому вона належить, можна із використанням кутів ϑ_b і ϑ_e , які задають розташування її початкової і кінцевої точки відповідно. Кожний з цих кутів відраховується у єдиному обраному напрямку у площині, якій належить еліпс, від його точки, що найбільш наближена до спільного для дуг фокусу (для випадку орбітального руху ця точка – точка перичентру орбіти, а кожний кут можна розглядати як істинну аномалію).

Загально розділимо методи створення описаних структур на три види. Перший вид – побудова зв'язаної структури, коли обирається одна дуга, а всі інші дуги структури визначаються відносно інших дуг (одної або декількох). Другий вид – незалежне однозначне визначення кожної дуги на основі прямого завдання деяких її параметрів та застосування низки введених відмінних від дуг орієнтирів. Третій вид являє собою комбінування рис двох названих. Ще один підхід до класифікації методів створення названих структур розрізняє два класи (назва класу використана для відмінності від попереднього розподілення на види). Методи першого класу передбачують побудову структури з еліптичних дуг, враховуючі обов'язкове проходження кожної дуги через визначену точку, яка може бути у довільному місці дуги, а визначення точок, які обмежують дугу на еліпсі, при цьому є вторинним. Методи другого класу засновані на визначенні точок, які обмежують дугу на еліпсі.

Приклад методу першого виду було представлено в роботі [1], де проектування просторових структур на основі еліптичних дуг застосовувалося для моделювання тестових (гіпотетичних) зон механічних поліконфліктів орбітальних об'єктів (зон одночасних небезпечних зближень низки орбітальних об'єктів). Проектування такої зони, створеної дугами орбіт на довільний (гіпотетичний) момент часу, передбачало вибір на цей момент часу орбіт (параметрів, що їх визначають), яким належать дуги, що створюють потенційно небезпечну зону. «Генерація» різних варіантів зон механічних поліконфліктів призначалася для названих далі напрямків дослідження: по-перше, для аналізу поточної зміни утвореної структури з часток орбіт внаслідок еволюції орбіт; по-друге, для відпрацювання можливих стратегій проходу таких зон одним космічним апаратом або групою космічних апаратів; по-третє, для аналізу рівню ризику поліконфліктів. Запропонований метод образно названо «просторовим плетінням». За цим методом обирається перша орбіта (задані її орбітальні параметри). Це так звана перша опорна «нитка плетіння». На ній визначаються одна або декілька точок, кожна з яких буде використана для створення так званого «вузла плетіння» (наприклад, точки P_{g1} , P_{g2} і P_{g3} на траєкторії на рис. 1а). Відносно кожної з них точок обирається за прийнятим правилом точка, через яку буде проходити траєкторія, яку визначимо як траєкторію, яка «перетинає» опорну траєкторію (назвемо її траєкторією перетинання). Наприклад, відносно точки P_{g1} задана точка P_{t1} . Цю точку (у даному випадку P_{t1}) можна задати, вважаючи, що вона знаходиться на лінії $I_g I_t$ перетинання площин, яким належать еліптичні траєкторії на заданій відстані (з вказаним знаком) від відповідної точки (P_{t1}) на опорній орбіті. Далі визначається положення цієї точки на орбіті перетинання, якій вона належить, тобто на відповідному еліпсі. Положення точок P_{g1} і P_{t1} на орбітах задають кути ϑ_{g1} і ϑ_{t1} , які визначаються аналогічно кутам ϑ_b і ϑ_e . Тобто для точки P_{t1} задається кут ϑ_{t1} . Задаючи також кут між орбітальними площинами (у загальному випадку – площинами, яким належать відповідні еліпси), можна визначити орбіту перетинання, яка

проходить через точку P_{t1} . Створив орбіти перетинання для опорної орбіти (вона позначена 1 на рис. 1б), можна розглядати орбіту перетинання (наприклад, орбіту 2 або орбіту 3) як нову опорну орбіту і обирати орбіти перетинання для них. Описаний підхід актуальний не тільки для створення гіпотетичних зон поліконфліктів, а й для швидкого проектування множини орбітальних траєкторій в задачах боротьби із космічним сміттям, проектування зближень космічних апаратів при використанні «пульсуючих» кластерних угруповань космічних апаратів (угруповань, які при виконанні завдань час від часу зближуються) та інших. Таким чином, у даному методі визначаються орбіти, які проходять через обрані точки (узагальнено - визначаються форми відповідних еліпсів і їх розташування у просторі), множина дуг виділяється далі як множина часток орбіт, що, наприклад, задовольняють умові перебування у визначених межах близькості до одної або декількох інших траєкторій. Ці частки орбіт за обраним підходом до проектування проходять через задані точки на опорній орбіті і орбіті перетинання. Але можуть утворюватися і додаткові пари близьких часток траєкторій (виявлення таких часток розглядалося, напри-

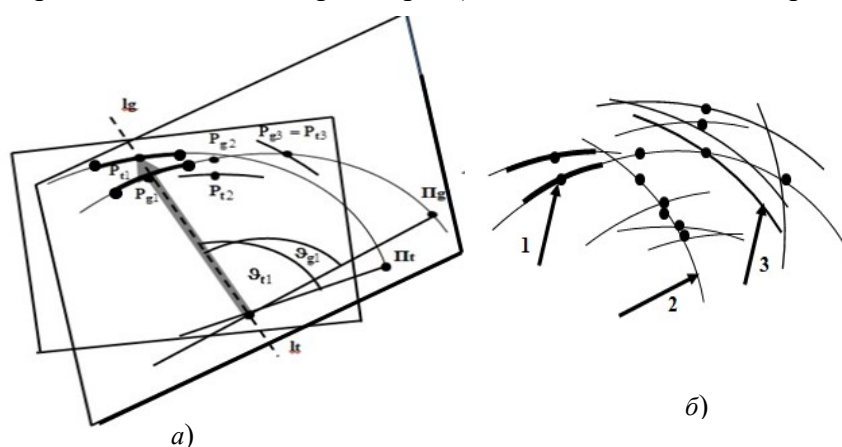


Рис. 1. Структури з еліптичних дуг, які є частками орбіт: а) до пояснення методу створення зв'язаних структур з близьких часток орбіт; б) приклад зони, заповненої частками орбіт

клад, у роботі [2]). Згідно другій класифікації цей метод можна віднести до методів першого класу.

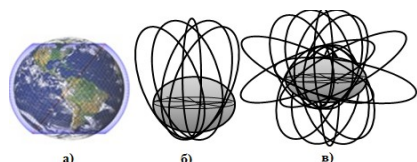


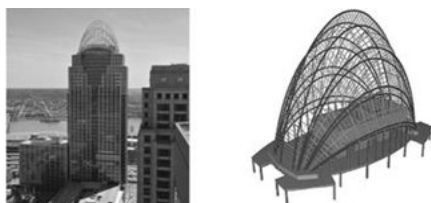
Рис. 2. Орбітальні структури регулярного типу: а) на колових орбітах; б) асиметричні на еліптичних орбітах; в) симетричні на еліптичних орбітах

Наведемо приклад створення просторових структур з еліптичних дуг за методом другого типу для випадку орбітальних угруповань. Нехай обрана множина орбіт (форма і розміри еліптичних траєкторій, та їх просторове розташування, яке найчастіше задають із використанням трьох кутів - нахилу орбіти, довготи висхідного вузла і аргументу перигею). Зокрема, - задана орбітальна структура «регулярного типу», аналогічна угрупованням супутникових систем зв'язку (на рис. 2 а,б,в показані відповідно угруповання на колових орбітах, представ-

лене відомим зображенням системи Starlink, та два угруповання на еліптичних орбітах, які невдовзі можуть користуватися широким попитом). Якщо за обраним правилом (згідно конкретній задачі), побудувати площину, що перетинає низку траєкторій, то можна виділити необхідним чином множину еліптичних дуг, які будуть знаходитися з одного боку від цієї площини. За другою класифікацією такий метод належить до другого класу. Наведемо також приклад створення структур з еліптичних дуг для орбітальних об'єктів за методом третього типу. Нехай у деякій області у оточенні тіла тяжіння обирається множина точок, для яких визначені правила їх розташування одна відносно одної, через них може бути проведені еліптичні дуги (на відповідних орбітах) на основі завдання інформації, якої не достачає для однозначного вирішення задачі.

Розглянуті приклади стосувалися траєкторного руху космічних апаратів і об'єктів космічного сміття і у цьому випадку йшлося про єдиний фокус для всіх еліптичних траєкторій.

Проектувати траєкторії, які є дугами еліпсів, можна для задач маневрування угруповань авіаційні літальних апаратів, якщо автоматична система керування буде запрограмована на відтворення руху заданою траєкторією. У цьому випадку згідно задачі, яка вирішується, дуги траєкторій різних об'єктів можуть не мати спільної фокусної точки, або можна виділити підгрупи об'єктів, для яких задані спільні фокусні точки.



а) б)
Рис. 3. Приклад конструкцій на даху будівлі з елементами на основі еліптичних дуг: а) вид будівлі; б) вид конструкції окремо

Задача проектування просторових структур з еліптичних дуг представляє також інтерес при створенні конструкцій різного типу. Наприклад - у архітектурі. Роботи багатьох авторів присвячені стрижневим і сітчастим конструкціям у архітектурі. Конструкції створюються із врахуванням функціональних вимог і вимог ергономіки. Часто зустрічається поєднання різних типів поверхонь обертання, або балок параболічної форми. Але є приклади конструкцій, в яких можна бачити множину еліптичних дуг. У джерелі [3] звернуто увагу на конструкцію, що розташована на даху висотної будівлі у м. Цинциннаті (США), яка створена з 51

одної арки еліптичної форми. У конструкції можна виділити 15 арок несучої конструкції і більш тонкі арокні елементи еліптичної форми. Вибір архітектурної конструкції з еліптичними елементами може бути обґрунтований формою об'єкту, над яким побудована конструкція, врахуванням асиметрії навантажень, а також міркуванням естетики. Деякі групи елементів у вигляді дуг еліптичної форми для архітектурних конструкцій можуть мати спільний фокус. Деякі еліптичні дуги без спільного фокусу можуть бути розташовані у паралельних площинах. Ще одна перспектива конструкцій з еліптичними елементами - застосування їх у конструкціях фазорозділювачів палива космічних літальних апаратів. Крім того, розгляд просторових структур з еліптичних елементів може бути корисним при проектуванні багаторівневих розв'язок доріг, якщо вони не вбудовуються у існуючу інфраструктуру, а розробляються і створюються разом з нею, а також в задачах управління транспортними потоками на розв'язках.

Список літератури

1. Лабуткіна Т. В. Метод «объемного плетения» для генерации гипотетических зон механических поликонфликтов, рассматриваемых в исследовательских задачах // Системне проектування та аналіз характеристик аерокосмічної техніки. – 2018. – Т. XXIV. – С. 63-90. URL: <http://www.dnu.dp.ua/zbirnik/ftf/7>
2. Labutkina T.V. A “Worm-out Net” Model for Analysis of Conflicts in a Multitude of Orbital Objects / T.V. Labutkina, V.O. Larin, V.V. Belikov // 69th International Astronautical Congress (IAC), Bremen, Germany, 1-5 October 2018. – Paper nr: IAC-18-A6.2.1.
3. Кривошапко С.Н. Архітектурно-будівельні конструкції. Інтернет ресурс: https://stud.com.ua/54857/tovarovnavstvo/arhitekturno-budivselni_konstruksiyi, останнє відвідування 24.08.21

Structures based on elliptical arcs in the problems of designing trajectories and creating mechanical systems

Labutkina Tetiana

The study deals with the creation of spatial structures based on elliptical arcs in the problems of analysis of the trajectory of mechanical objects and control of this motion, as well as in the design and application of technical objects (both stationary and dynamic). The classification of methods of creation of such structures is given and examples of methods for problems of designing trajectories of orbital objects are offered. There are a number of similar tasks for other objects. These tasks include: designing maneuvering trajectories for groups of aircraft, if the fractions of trajectories can be considered as elliptical arcs; creation of structures with elements that can be approximated by elliptical arcs; design and application of transport interchanges (in general - multilevel), in which there are many sections, represented as elliptical arcs. The research results are intended for use in the space industry in the creation and application of space systems. A number of approaches can be generalized and applied to technical objects of different types.

Keywords. design, trajectories of orbital motion, trajectories of space and aviation aircraft, structures with elements that approximate elliptical arcs, transport interchanges.