УДК 621.313, 624.014

СТАТИЧНИЙ МЕТОД ВИЗНАЧЕННЯ ГРАНИЧНОГО НАВАНТАЖЕННЯ КОНСТРУКЦІЇ

Архіпова Т. Ф.
Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, Україна

Анотація *Статичний метод визначення граничного навантаження балки застосовано для розрахунку статично невизначуваної балки. Розрахунок за допустимими напруженнями не відповідає граничному навантаженню. Статичний метод є методом наближеного визначення граничного навантаження.*
Ключові слова: *граничне навантаження, балки, статичний метод.*

За аналогією зі стрижневими системами балки піддають розрахунку за допустимими напруженнями (рис. 1, *а*). Для цього необхідним є виконання умов: найбільші напруження розтягу мають не перевищувати величини [σ_p], найбільші напруження стиску – величини [σ_c]. Якщо позначити через h_1 та h_2 відстані від центра ваги поперечного перерізу балки до її граничних точок в розтягнутій та стиснутій зонах відповідно (рис. 1, *б*), то в зонах найбільш віддалених від нейтральної лінії точок, як випливає з формули:

$$\sigma = -\frac{M_z}{I_z} \times y$$

абсолютні значення відповідних напружень набувають максимуму. Для забезпечення міцності балки за умови допустимих навантажень мають бути виконані такі умови:

$$\mathrm{M}_z \times \frac{h_1}{I_z} \leq [\sigma_c] \text{ та } \mathrm{M}_z \times \frac{h_2}{I_z} \leq [\sigma_p]. \quad (1)$$

Для того, щоб запас міцності за напруженнями розтягу та стиску був однаковим, тобто знак рівності в умовах (1) з'являвся одночасно, необхідно, щоб

$$h_1 \div h_2 = [\sigma_c] \div [\sigma_p].$$

Для балок, у яких допустимі напруження на розтяг та стиск однакові, $[\sigma_c] = [\sigma_p] = [\sigma]$, розрахунок на міцність виконують для найбільшої абсолютної величини напруження, тобто за формулою:

$$|\sigma|_{max} = \frac{|M_z| \times |y|_{max}}{I_z} \leq [\sigma]$$

Величина відношення $\frac{I_z}{y_{max}}$ називається моментом опору згину та позначається W_z. Таким чином розрахункова формула набуває вигляду:

$$[\sigma_{max}] = \frac{|M_z|}{W_z} \leq [\sigma].$$

Розрахунок за допустимими напруженнями є виправданим для крихких матеріалів, для яких отримання напруження граничного значення, хоча б в одній точці викликає появу тріщин, які катастрофічно розповсюджуються. При знакозмінних навантаженнях пластичні матеріали можуть руйнуватися за крихким механізмом, і розрахунок за допустимими напруженнями також є необхідним та виправданим.

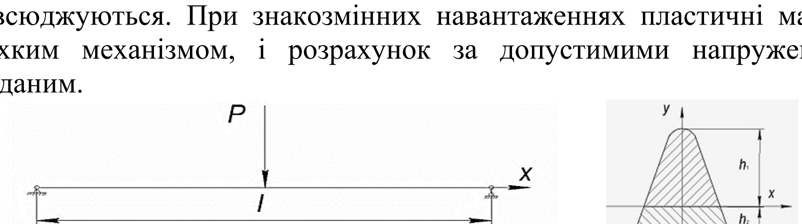

Рис. 1 Розрахункова схема (*а*) та поперечний переріз балки (*б*)

Пружний стан системи, при якому границя текучості [σ_m] може бути досягнутою в одній або декількох точках, є статично можливим. Відповідне значення зовнішнього навантаження являє собою таке навантаження, яке визначено розрахунком за допустимими навантаженнями з запасом міцності n = 1. В реальних конструкціях при розв'язанні задач про знаходження пружного стану слід перш за все забезпечити виконання умов рівноваги статики: при цьому умова текучості не має бути порушеною і тільки в окремих точках ця умова може бути досягнутою. Статичний метод розрахунку за граничним станом призводить до більшого значення допустимого навантаження [1] у порівнянні з розрахунками за допустимими напруженнями. При цьому статичний метод є методом наближеного визначення граничного навантаження способом підбору статично можливого стану [2].

Розглянемо у якості прикладу нерозрізну балку, що складається з двох рівних прольотів, та завантажену по всій довжині рівномірно розподіленим навантаженням інтенсивністю q (Рис. 2). Граничне значення розподіленого навантаження q необхідно знайти.

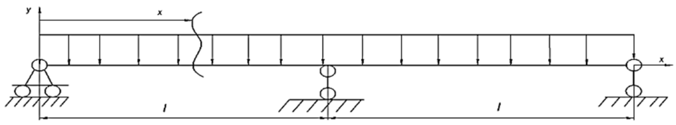

Рис. 2 – Розрахункова схема статично невизначуваної конструкції

Найбільший згинальний момент з умови текучості – M_m. Згинальний момент в перерізі з координатою x дорівнює:

$$M_{(x)}=y\times x-\frac{1}{2}q\times x^2$$

Максимальне значення моменту досягається при $x = l = y/q$. Тоді $(M_z)^{max} = y^2/2q$. Граничне значення розподіленого навантаження сягне значення:

$$q^* \geq \frac{y^2}{2M_m}$$

В іншому випадку, максимальне значення моменту може бути досягнуто на середній опорі для $x = l$. Воно буде рівним:

$$M_{(x=l)} = y \times l - q\, {l^2}/{2}$$

З умови, що абсолютна величина цього моменту не перевищує M_m, знайдено граничне значення розподіленого навантаження:

$$q^* \leq 2\frac{y}{l} + 2\frac{Mm}{l^2}$$

Після введення безрозмірних величини відповідно для розподіленого навантаження $\overline{q} = \frac{ql^2}{M_m}$ та поперечної сили $\overline{y} = \frac{yl}{M_m}$ отримаємо нерівності:

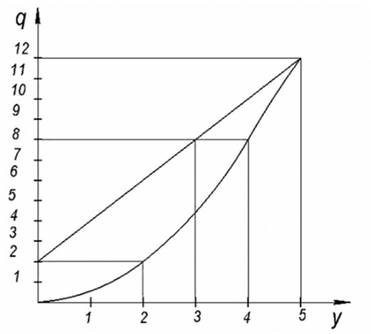

Рис. 3 – Область значень граничних навантажень конструкції

$$q^* \geq \frac{1}{2}\overline{y^2} \qquad (2)$$

$$\overline{q}^* \leq 2(1+\overline{y}) \qquad (3)$$

На рис. 3 показано границі зони, для якої виконуються нерівності (2) та (3). Найбільше значення навантаження q^* відповідають точці А, де перетинаються парабола $\overline{q}^* = \frac{1}{2}\overline{y^2}$ та пряма $\overline{q}^* \leq 2(1+\overline{y})$. Абсциса цієї точки $\overline{y} = y_1 = 2(1+\sqrt{2})$ відповідне значення ординати є граничним значенням розподіленого навантаження $\overline{q_1^*} = 6+4\sqrt{2}$. Максимальне значення моменту в прольоті досягається при $x = x_i = l\frac{\overline{y}_1}{\overline{q}} = l(\sqrt{2}-1)$.

Висновок: Статичний метод для визначення граничного навантаження є графічно-наочним та ефективним для балки зі статичною невизначеністю першого ступеня. Для систем більш високого ступеня невизначеності необхідно застосовувати метод сил та метод переміщень, які залишаються основними для розрахунку статично невизначених систем.

Список літератури:

1. *Работнов Ю. Н. Механика* деформируемого твердого тела. /Ю. Н. Работнов. – М. : Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1979. – 744 с.
2. *Огороднiков В. А. Деформируемость* и разрушение метал лов при пластическом формоизменении / В. А. Огородников. – К. : УМК ВО, 1989. – 152 с.