
УДК 532.54.013.2

РОЗРАХУНОК НЕУСТАЛЕНОГО НАПІРНОГО РУХУ РЕАЛЬНОЇ РІДИНИ В ЦИЛІНДРИЧНИХ ТРУБОПРОВОДАХ

Яхно¹ О.М., Гнатів² Р.М., Петриниць³ В.Ю., Гнатів³ І.Р.

1- КПІ ім. Ігоря Сікорського, м. Київ, Україна

2- НУ “Львівська політехніка”, м. Львів, Україна

3- Стрийський коледж Львівського НАУ, м. Стрий, Україна

***Анотація:** Обґрунтовано актуальність теми дослідження, що обумовлена недостатністю існуючих теоретичних моделей і методів розрахунку нестационарних потоків рідини. Розглянуто методичку застосування рівнянь Бернуллі із врахуванням локальних сил інерції для вирішення задач неусталеного руху нестисливої рідини за повільної і швидкої зміни відкриття регулюючого органу жорстких, послідовно з'єднаних трубопровідних систем. Розглянута нестационарна задача про течію рідини в трубопроводі, коли на виході з труби задані тиски, які змінюються довільно в часі.*

Розроблено математичну модель для розрахунку параметрів напірного потоку рідини в трубопровідних системах, що враховує дисипативні процеси при нестационарному русі нестисливої рідини. Отримано закони розподілу тисків та швидкостей за неусталених течій, які враховують особливості структури розглянутих потоків і вплив сил інерції.

***Ключові слова:** неусталений рух, нестационарний потік, швидкість течії.*

Розглянуто методику застосування рівнянь Бернуллі з урахуванням локальних сил інерції для розв'язку задач неусталеного руху нестисливої рідини за повільної зміни відкриття регулюючого органу жорстких, послідовно з'єднаних трубопроводів.

Як і за усталеного руху, визначаємо в першу чергу витрату рідини. Для цього запишемо рівняння Бернуллі для двох перерізів: переріз Н-Н - поверхня рідини в початковому резервуарі і переріз в-в - вихідний переріз трубопроводу, (рис. 1)

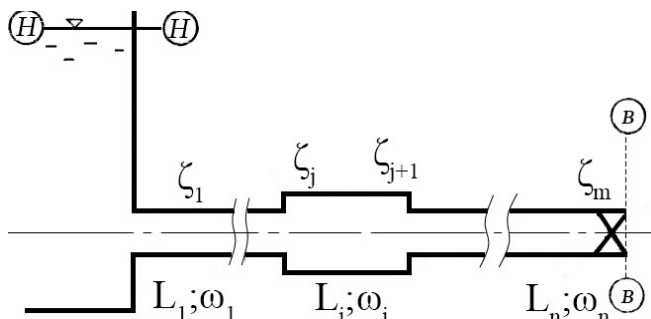


Рис. 1. Схема для розрахунку неусталеного напірного руху нестисливої рідини в жорстких циліндричних трубопроводах

$$z_n + \frac{p_n}{\gamma} + \frac{\alpha_n V_n^2}{2g} = z_2 + \frac{p_6}{\gamma} + \frac{\alpha_6 V_6^2}{2g} + h_l + h_i \quad (1)$$

Позначивши відомі параметри першого і другого перерізу через H

$$H = z_n - z_6 + (p_n / \gamma) - (p_6 / \gamma) \quad (2)$$

і прийнявши в першому наближенні в першому перерізі $V_n = 0$, отримаємо рівняння є Бернуллі такого вигляду

$$H = \frac{\alpha_6 V_6^2}{2g} + h_f + h_i \quad (3)$$

Втрати напору в трубопроводі становлять

$$h_f = \sum_{i=1}^n \lambda_i \frac{L_i}{D_i} \frac{V_i^2}{2g} + \sum_{j=1}^m \zeta_j \frac{V_i^2}{2g} = \left[\sum_{i=1}^n \lambda_i \frac{L_i}{D_i} \left(\frac{\omega_i}{\omega_6} \right)^2 + \sum_{j=1}^m \zeta_j \left(\frac{\omega_i}{\omega_6} \right)^2 \right] \frac{V_6^2}{2g} \quad (4)$$

де i і j порядкові номери окремих труб і місцевих опорів.

Позначаючи через ζ_c коефіцієнт опору системи, можемо записати залежність (4) для втрат напору у вигляді

$$h_f = \zeta_c \frac{V_6^2}{2g} \quad (5)$$

$$\zeta_c = \sum_{i=1}^n \lambda_i \frac{L_i}{D_i} \left(\frac{\omega_i}{\omega_6} \right)^2 + \sum_{j=1}^m \zeta_j \left(\frac{\omega_i}{\omega_6} \right)^2 \quad (6)$$

де

Враховуючи, що вздовж трубопроводу $Q = \text{const}$ і для кожної труби довжиною L_i $\omega_i = \text{const}$, запишемо залежність для локального інерційного напору

$$h_i = \frac{\alpha_0}{g} \frac{dQ}{dt} \int_0^{L_i} \frac{ds}{\omega} = \frac{\alpha_0 C}{g} \frac{dQ}{dt} \quad (7)$$

де C за [1] – інерційна ємність системи

$$C = \sum_{i=1}^n L_i / \omega_i \quad (8)$$

Враховуючи рівняння (5) і (7), рівняння (3) можна переписати як

$$H = (1 + \zeta_c) \frac{Q^2}{2g\omega_g^2} + \frac{\alpha_0 C}{g} \frac{dQ}{dt}, \quad (9)$$

або після перетворення отримаємо

$$\frac{\alpha_0 C}{gH} \frac{dQ}{dt} + (1 + \zeta_c) \frac{1}{2gH\omega_g^2} Q^2 - 1 = 0 \quad (10)$$

При усталеному режимі витікання за постійного напору

$$\frac{1 + \zeta_{co}}{2gH\omega_g^2} Q_0^2 = 1, \quad (11)$$

де ζ_{co} — коефіцієнт опору системи при усталеному режимі витікання; Q_0 — витрата рідини за цього режиму.

Замінюючи в другому члені $2gH\omega_g^2$ через відповідні складові з рівняння (11), маємо

$$\frac{\alpha_0 C}{gH} \frac{dQ}{dt} + \frac{1 + \zeta_c}{1 + \zeta_{co}} \frac{Q^2}{Q_0^2} - 1 = 0 \quad (12)$$

Після введення позначення

$$x = \frac{Q}{Q_0}, \quad T = \frac{\alpha_0 C}{gH} Q_0 \quad \text{та} \quad \tau = \frac{t}{T}$$

рівняння (12) набуває вигляду

$$\frac{dx}{d\tau} + \frac{1 + \zeta_c}{1 + \zeta_{co}} x^2 - 1 = 0 \quad (13)$$

У рівнянні (13) коефіцієнт $\frac{1 + \zeta_c}{1 + \zeta_{co}}$ є функцією від часу і витрати, тобто

$$\frac{1 + \zeta_c}{1 + \zeta_{co}} = f(\tau, x) \quad (14)$$

Коефіцієнти гідравлічного тертя λ і місцевого опору ζ для неусталеного руху можна розбити на дві складові [2, 3], перші з яких отримують за стаціонарними характеристиками λ_s і ζ_s , а другі враховують відмінність дійсних значень λ і ζ за неусталеного руху від стаціонарних компонентів, тобто

$$\begin{cases} \lambda = \lambda_s + \Delta\lambda_d, \\ \zeta = \zeta_s + \Delta\zeta_d. \end{cases} \quad (15)$$

При $t = 0$ маємо $\lambda = \lambda_{SH}$, $\Delta\lambda_d = 0$; $\zeta = \zeta_{SH}$, $\Delta\zeta_d = 0$ і при $t \rightarrow \infty$ $\lambda = \lambda_{SK}$, $\Delta\lambda_d = 0$; $\zeta = \zeta_{SK}$, $\Delta\zeta_d = 0$, де λ_{SH} і ζ_{SH} — значення коефіцієнта гідравлічного тертя і місцевого опору до початку перехідного процесу; λ_{SK} і ζ_{SK} — ті ж значення після закінчення перехідного процесу.

Враховуючи залежність (15), коефіцієнт опору системи може бути визначений як

$$\zeta_c = \zeta_{cs} + \Delta\zeta_{cd}, \quad (16)$$

де

$$\zeta_{cs} = \sum_{i=1}^n \lambda_{is} \frac{L_i}{D_i} \left(\frac{\omega_g}{\omega_i} \right)^2 + \sum_{j=1}^m \zeta_{js} \left(\frac{\omega_g}{\omega_j} \right)^2, \quad (17)$$

$$\Delta\zeta_{cd} = \sum_{i=1}^n \Delta\lambda_{id} \frac{L_i}{D_i} \left(\frac{\omega_g}{\omega_i} \right)^2 + \sum_{j=1}^m \zeta_{jd} \left(\frac{\omega_g}{\omega_j} \right)^2. \quad (18)$$

Підставляючи (16) в рівняння (14), отримуємо

$$f(\tau, x) = \frac{1 + \zeta_{cs}}{1 + \zeta_{co}} + \frac{\Delta\zeta_{cd}}{1 + \zeta_{co}} \quad (19)$$

Позначивши

$$\frac{1 + \zeta_{cs}}{1 + \zeta_{co}} = f_s(\tau, x) \quad \text{і} \quad \frac{\Delta\zeta_{cd}}{1 + \zeta_{co}} = f_d(\tau, x) \quad (20)$$

залежність (19) можна переписати у вигляді

$$f_s(\tau, x) = f_s(\tau) + f_s(x) \quad (21)$$

В залежності (21) функцію $f_s(\tau, x)$ можна в свою чергу розкласти на дві складові, перша з яких обумовлена зміною регулюючого органу $f_s(\tau)$, а друга — значеннями λ_s і ζ_s при зміні витрати, тобто

$$f(\tau, x) = f_s(\tau, x) + f_d(\tau, x) \quad (22)$$

При цьому складові $f_s(\tau)$ і $f_s(x)$ мають вигляд

$$f_s(\tau) = \frac{\Delta\zeta_{pez.c} (\omega_g / \omega_p)^2}{1 + \zeta_{co}} \quad (23)$$

де $\Delta\zeta_{pez.c}$ — зміна статистичного коефіцієнта опору регулятора системи;
 ω_p — площа поперечного перерізу трубопроводу, на якому знаходиться регулюючий орган.

$$f_s(x) = \frac{1 + \sum_{i=1}^n \lambda_{is} \frac{L_i}{D_i} (\omega_g / \omega_i)^2 + \sum_{j=1}^{p-1} \zeta_{js} (\omega_g / \omega_i)^2 + \sum_{p+1}^m \zeta_{js} (\omega_g / \omega_i)^2}{1 + \zeta_{co}} \quad (24)$$

Враховуючи залежність (22), можна рівняння (21) переписати як

$$f(\tau, x) = f_s(\tau) + f_s(x) + f_d(\tau, x) \quad (25)$$

Перші дві складові рівняння (25) визначаються за статистичними характеристиками трубопроводу (усталений режим) і тому їх обчислення не викликає ускладнень.

З урахуванням, що

$$1 + \zeta_{co} = H \frac{1}{Q_0^2} \quad \text{і} \quad T = \frac{\alpha_0 C}{gH} Q_0 \quad (26)$$

функція $f_d(\tau, x)$ перетвориться

$$f_d(\tau, x) = \frac{\Delta\zeta_{cd}}{1 + \zeta_{co}} = \frac{\sum_{i=1}^n \beta_i L_i (\omega_g / \omega_i) + \sum_{j=1}^m \delta_j D_j (\omega_g / \omega_i)}{2\omega_g \alpha_0 C} \frac{dx}{dt} \frac{1}{x^2} = B \frac{dx}{dt} \frac{1}{x^2} \quad (27)$$

де

$$B = \frac{\sum_{i=1}^n \beta_i L_i (\omega_g / \omega_i) + \sum_{j=1}^m \delta_j D_j (\omega_g / \omega_i)}{2\omega_g \alpha_0 C} \quad (28)$$

Із залежності (28) з'ясовується, що B для заданої системи є постійним. Використовуючи (14), (25) і (27), можемо записати рівняння (13), яке описує неусталений рух рідини в послідовно з'єднаних трубопроводах у вигляді

$$(1 + B) \frac{dx}{d\tau} + [f_s(\tau) + f_s(x)] x^2 - 1 = 0 \quad (29)$$

Позначаючи $T(1 + B) = T_*$ і $\tau_* = t / T_*$ можемо записати (29) в кінцевому вигляді

$$\frac{dx}{d\tau_*} + [f_s(\tau_*) + f_s(x)]x^2 - 1 = 0 \quad (30)$$

Рівняння (30) є основним рівнянням для розрахунку неусталеного руху нестисливої рідини в жорстких, послідовно з'єднаних трубопроводах.

З рівняння (30) видно, що врахування зміни гідравлічних опорів за усталеного русі не змінює форму вихідного розрахункового рівняння у вигляді додаткової складової, а враховується лише в безрозмірному виразі часу. Ця зміна гідравлічних опорів в неусталеному русі відбувається на основі статистичних характеристик опорів.

Рівняння (30) є прийнятним як для відкриття, так і для закриття регулюючого органу системи, з тією лише різницею, що при закритті і відкритті похідні мають різні знаки, тобто за закриття $dx/d\tau_* < 0$ а при відкритті $dx/d\tau_* > 0$.

Розглянуто методику застосування рівнянь Бернуллі з урахуванням локальних сил інерції для розв'язку задач неусталеного руху нестисливої рідини за повільної та швидкої зміни відкриття регулюючого органу жорстких, послідовно з'єднаних трубопровідних систем. Вдосконалено математичну модель, що описує фізичні явища неусталеного руху реальної рідини з врахуванням дійсних початкових і граничних умов. Одержано закони розподілу тиску і швидкостей при неусталених течіях, які враховують особливості структури розглянутих потоків.

Список літератури:

1. Чугаев Р.Р. Гидравлика: Учебник для вузов/Р.Р. Чугаев.- Л.: Энергоиздат. Ленингр. отделение, 1982.- 672 с.
 2. Иващенко Н.Н. Автоматическое регулирование. Теория и элементы систем. Учебник для вузов. 4-е изд., перераб. и доп./ Н.Н. Иващенко.- М.: Машиностроение, 1978. – 736 с.
 3. Бондаренко Ю.А. Математические модели и численные методы для решения задач нестационарной газовой динамики/ Ю.А. Бондаренко.- Обзор зарубежной литературы/ Ю.А. Бондаренко, В.В. Башуров, Ю.В. Янилкин. – М. 2003. – (Препринт/ РФЯЦ ВНИИЭФ; №88-2003).
-