

УДК 531.382:621.822.527

СТВОРЕННЯ ПОВНОГО МАГНІТНОГО ПІДВІСУ РОТОРІВ ТУРБОМАШИН НА ПІДСТАВІ УТОЧНЕНОГО АНАЛІЗУ ДИНАМІКИ

Мартиненко Г.Ю.

Національний технічний університет «ХП», м. Харків, Україна

Анотація: Робота присвячена створенню повного пасивно-активного магнітного підвісу мало і середньогабаритних турбомашин, наприклад, турбодетандерів або детандер-компресорів. Синтез проводиться на основі чисельного моделювання з застосуванням розробленого способу опису та моделювання динамічних явищ в роторних системах з пасивними і активними магнітними підшипниками. Особливістю таких систем є необхідність урахування істотного взаємозв'язку механічних, електричних і магнітних процесів зважаючи на закони управління активними магнітними підшипниками. Наводиться критичний аналіз спрощених способів моделювання роторної динаміки. Як приклад роторних систем розглядається лабораторна модель, яка є прототипом повного магнітного підвісу ротора детандер-компресорного агрегату. На підставі порівняння результатів експериментальних досліджень і чисельного аналізу динаміки ротора цієї моделі дається обґрунтування і доказ необхідності застосування запропонованих підходів при розробці нових конструкцій.

Ключові слова: магнітний підвіс, чисельне моделювання, магнітні підшипники, динаміка, ротор

В даний час магнітні підшипники (МП), деякі типи з яких зображено на рис. 1, широко застосовуються в різних роторних машинах, таких як турбокомпресори, турбодетандери, високошвидкісні двигуни і генератори [1]. На рис. 1 показані радіальні і осьові активні магнітні підшипники (АМП) (рис. 1а, б) і пасивні магнітні підшипники (ПМП) на постійних магнітах (рис. 1в, г) і введено такі позначення: 1 - ротор; 2 - статори; 3 - обмотки; 4 - датчики положення; 5 - порівнювальний пристрій системи управління АМП; 6 - пристрій управління; 7 - підсилювачі, що подають керуючі напруги на обмотки АМП, сформовані відповідно до прийнятого алгоритму управління; 8 і 9 - рухомий і нерухомий кільцеві постійні магніти.

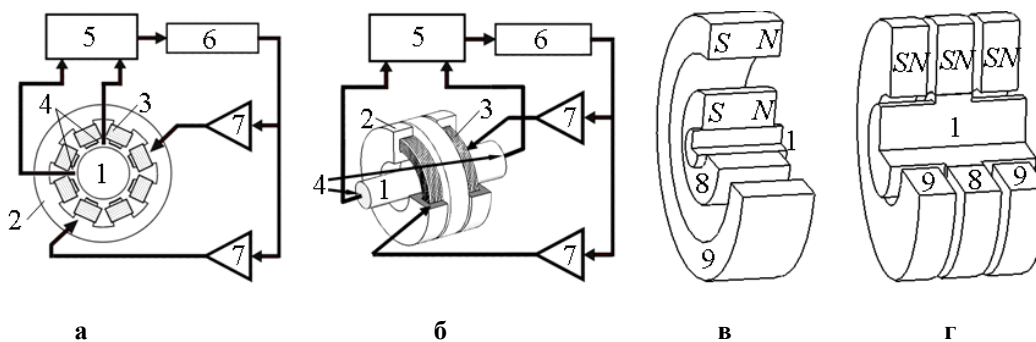


Рис. 1. Магнітні підшипники: а – радіальний; б – осьовий АМП; в – радіальний; г – осьовий ПМП

У разі розгляду роторів в пасивних і активних магнітних підшипниках як механічних систем в більшості випадків при моделюванні роторної динаміки нехтують взаємозв'язаністю механічних процесів з магнітними і електричними. Тоді при виведенні рівнянь руху ротора в МП (рис. 1) використовують рівняння Лагранжа другого роду відносно узагальнених механічних координат:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} - \frac{\partial T}{\partial q_j} + \frac{\partial \Pi}{\partial q_j} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_j} = Q_j \quad (j=1, \dots, M), \quad (1)$$

де T – кінетична енергія; Π – потенційна енергія; q_j – узагальнені механічні координати; Q_j – непотенційні узагальнені сили; D – дисипативна функція; M – число узагальнених механічних координат.

Тоді в рівняннях руху ротора, отриманих на підставі (1), використовують спрощені вирази магнітних або електромагнітних відновлюючих сил, що залежать тільки від зсувів центрів опорних ділянок ротора в МП і струмів в обмотках ЕМ [2].

Найчастіше при включенні в рівняння руху магнітні сили лінеаризуються [3]. Це вносить похибки при зміщенні ротора близькому до номінального зазору, або при нульовому струмі. Це найменш коректний випадок опису динаміки [4].

При більш точному моделюванні для математичних моделей роторів в ПМП і АМП характерно те, що опис динаміки зводиться до лінеаризації диференціальних рівнянь руху і рівнянь, що описують електромагнітні процеси в системі на підставі другого закону Кірхгофа [4, 5, 6]. При цьому враховуються особливості дії керованих електромагнітних сил на ротор. Однак лінеаризовані рівняння, також як і в попередньому випадку, не дозволяють адекватно передати процеси при знаходженні системи в граничних режимах (насичення магнітного кола, нульовий струм, нульовий зазор) і не дають можливості відобразити інші характерні для такої системи нелінійності [7]. Якщо ж в математичній моделі електромагнітними рівняннями нехтують і електромагнітні сили замінюються нехай навіть нелінійними, але щодо тільки механічних узагальнених координат силами, то неадекватність моделей буде обумовлена неврахуванням особливостей електромагнітних процесів, наприклад, постійної часу зміни струмів в обмотках електромагнітів через великий індуктивності. При застосуванні лінійних підходів до аналізу процесів в системі відбувається втрата математичними моделями інформативності і про інші нелінійні явища [8].

Для врахування взаємозв'язку між електромагнітними і механічними процесами в системі "ротор в МП" і адекватного математичного опису можливих нелінійних явищ різної природи пропонується застосовувати одну з форм запису рівнянь Лагранжа-Максвелла. У разі, коли струми провідності замкнуті і в електричних гілках відсутні конденсатори, електромеханічні системи можуть описуватися рівняннями, аналогічними рівнянням Рауса в механіці [9]:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} - \frac{\partial T}{\partial q_j} + \frac{\partial \Pi}{\partial q_j} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_j} = - \frac{\partial W}{\partial q_j} + Q_j \quad (j = 1, \dots, M) \\ \frac{\partial \Psi_k}{\partial t} + \sum_{s=1}^N r_{Cks} \frac{\partial W}{\partial \Psi_s} = E_k \quad (k = 1, \dots, N) \end{cases}, \quad (2)$$

де $W=W(\Psi_1, \dots, \Psi_N, q_1, \dots, q_M)$ – енергія магнітного поля; Ψ_k – потоки індукції (потокозчеплення), r_{Cks} – активні опори електричних контурів, а члени $-\partial W/\partial q_j$ є пондеромоторні сили, тобто узагальнені сили, обумовлені механічним впливом магнітного або електромагнітного поля.

Записавши вирази кінетичної і потенційної енергій і застосувавши ці рівняння для опису динаміки жорсткого ротора в ПМП і АМП приходимо до пов'язаної системи диференціальних рівнянь (СДУ) при $M=5$ (3).

В СДУ (3) введено такі позначення: m – маса ротора; J_1 і J_3 – екваторіальний і полярний моменти інерції ротора; l_1 і l_2 – відстань від центрів опорних ділянок радіальних МП до центру мас; $f''_{qj}(x_1, \dots, z_3)$, $f'''_{qj}(x_1, \dots, z_3)$ – нелінійні члени рівнянь руху, зумовлені силами інерції і потенційного поля другого і третього порядку; b_{x_1, \dots, z_3} – коефіцієнти в'язкості; $r_{c 1, \dots, N}$ – активні опори в ланцюгах обмоток; $u_{c 1, \dots, N}$ – керуючі напруги, що подаються на обмотки АМП, величина яких формується відповідно до прийнятого закону управління в залежності від поточного положення ротора, його швидкості та струмів в обмотках електромагнітів АМП або тільки від деяких з цих параметрів; N – кількість обмоток електромагнітів АМП (керованих електромагнітних контурів). Вираз магнітної енергії АМП $W=W(\Psi_1, \dots, \Psi_N, x_1, \dots, z_3)$ може бути отримано на підставі аналізу магнітних кіл з урахуванням магнітних опорів (або провідностей) як повітряних зазорів, так і ділянок магнітопроводів [10]. Такий підхід дозволяє при зміщенні

ротора на величину близьку до номінального зазору уникати сингулярностей і отримувати скінченні значення магнітних сил.

$$\begin{cases}
 \left(\frac{ml_2^2 + J_1}{I^2} \right) \ddot{x}_1 + \left(\frac{ml_1 l_2 - J_1}{I^2} \right) \ddot{x}_2 + \frac{\omega J_3}{I^2} (\dot{y}_1 - \dot{y}_2) + b_{x_1} \dot{x}_1 + f_{x_1}'' + f_{x_1}''' = -\frac{\partial \Pi}{\partial x_1} - \frac{\partial W}{\partial x_1} + Q_{x_1} + H_{x_1}(t); \\
 \left(\frac{ml_1^2 + J_1}{I^2} \right) \ddot{x}_2 + \left(\frac{ml_1 l_2 - J_1}{I^2} \right) \ddot{x}_1 - \frac{\omega J_3}{I^2} (\dot{y}_1 - \dot{y}_2) + b_{x_2} \dot{x}_2 + f_{x_2}'' + f_{x_2}''' = -\frac{\partial \Pi}{\partial x_2} - \frac{\partial W}{\partial x_2} + Q_{x_2} + H_{x_2}(t); \\
 \left(\frac{ml_2^2 + J_1}{I^2} \right) \ddot{y}_1 + \left(\frac{ml_1 l_2 - J_1}{I^2} \right) \ddot{y}_2 - \frac{\omega J_3}{I^2} (\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + b_{y_1} \dot{y}_1 + f_{y_1}'' + f_{y_1}''' = -\frac{\partial \Pi}{\partial y_1} - \frac{\partial W}{\partial y_1} + Q_{y_1} + H_{y_1}(t); \\
 \left(\frac{ml_1^2 + J_1}{I^2} \right) \ddot{y}_2 + \left(\frac{ml_1 l_2 - J_1}{I^2} \right) \ddot{y}_1 + \frac{\omega J_3}{I^2} (\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + b_{y_2} \dot{y}_2 + f_{y_2}'' + f_{y_2}''' = -\frac{\partial \Pi}{\partial y_2} - \frac{\partial W}{\partial y_2} + Q_{y_2} + H_{y_2}(t); \\
 m\ddot{z}_3 + b_{z_3} \dot{z}_3 + f_{z_3}'' + f_{z_3}''' = -\frac{\partial \Pi}{\partial z_3} - \frac{\partial W}{\partial z_3} + Q_{z_3} + H_{z_3}(t); \\
 \frac{\partial \Psi_{c1}}{\partial t} + r_{c1} \frac{\partial W}{\partial \Psi_{c1}} = u_{c1}(x_1, \dots, z_3, \dot{x}_1, \dots, \dot{z}_3, i_1, \dots, i_N); \\
 \dots \\
 \frac{\partial \Psi_{cN}}{\partial t} + r_{cN} \frac{\partial W}{\partial \Psi_{cN}} = u_{cN}(x_1, \dots, z_3, \dot{x}_1, \dots, \dot{z}_3, i_1, \dots, i_N).
 \end{cases} \quad (3)$$

Доданки $-\partial \Pi / \partial q_j$ є потенційні сили. У разі використання в роторній системі ПМП – це магнітні сили, які залежать тільки від зсуву ротора. Отримання залежностей цих сил може бути виконано, наприклад, за допомогою методу скінченних елементів [11].

Як приклад моделювання динамічної поведінки роторної системи розглядається повний пасивно-активний підвіс модельного ротора (рис. 2а). Він є прототипом магнітного підвісу ротора детандер-компресорного агрегату, що входить до складу установки скраплення природного газу (рис. 2а). Лабораторна установка призначена для підтвердження можливості реалізації магнітного підвісу цього ротора в двох радіальних ПМП і одному осьовому АМП, а також вивчення різних динамічних явищ і підтвердження коректності математичного моделювання. У ній використовуються два радіальних ПМП на кільцевих постійних магнітах зі сплаву NdFeB з осьовою намагніченістю і один осьової АМП з системою управління. Для стабілізації ротора в осьовому напрямку застосований алгоритм дискретного управління АМП з імпульсним живленням електромагнітів [12]. За допомогою розробленої математичної моделі (3) виконано варіантні розрахункові дослідження з метою пошуку параметрів лабораторного підвісу та системи керування, що забезпечують стійкість руху ротора в діапазоні частот обертання від 0 до 3000 об/хв при довжині ротора 0,3 м і масі 2,5 кг. На рис. 2б представлені залежності амплітуд гармонік A , отримані за допомогою швидкого перетворення Фур'є, від кутової частоти змушує сили ω_0 , викликаной власної неврівноваженістю ротора. Ця частота співвідноситься з кутовою швидкістю ротора як $\omega_0 = \omega$.

На підставі математичного моделювання створено лабораторну установку (рис. 3а). Спостережувані на рис. 2б резонансні режими і явища були виявлені в системі і при проведенні експериментальних досліджень (рис. 3б). Адекватність математичної моделі (3) підтверджують результати порівняння розрахункових даних з експериментально отриманими амплітудно-частотними характеристиками і залежностями від частоти збуджувальної сили амплітуд гармонік, відмінних від першої. Так, порівняльний аналіз результатів дозволив встановити тотожність як за якісним відображенню процесів, що відбуваються в системі, так і за кількісним визначенням їх параметрів – по амплітудам відмінність не перевищує 2-3%, а за значеннями резонансних частот менш 0,2%. При цьому застосування лінеаризованих моделей може призводити до похибок на рівні 10-20% [8].

Результати досліджень дають обґрунтування і доказ необхідності застосування запропонованих математичних моделей при розробці нових конструкцій роторних машин з пасивними і активними магнітними підшипниками та самих магнітних підшипників [13].

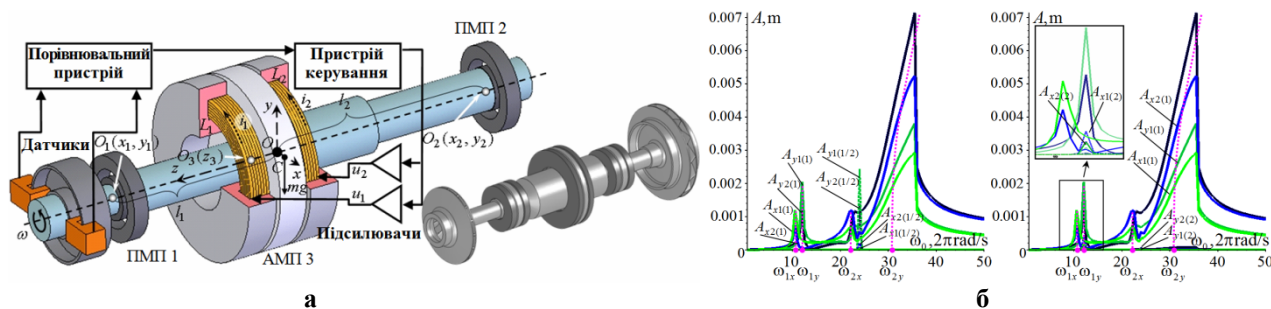


Рис. 2. Розрахункові дослідження: *a* – розрахункова схема прототипу повного магнітного підвісу та ротор ДКА в радіальних ПМП і осьовому АМП; *б* – залежності амплітуд основної гармоніки, субгармонік (зліва) і супергармонік (справа) від частоти збуджувальної сили

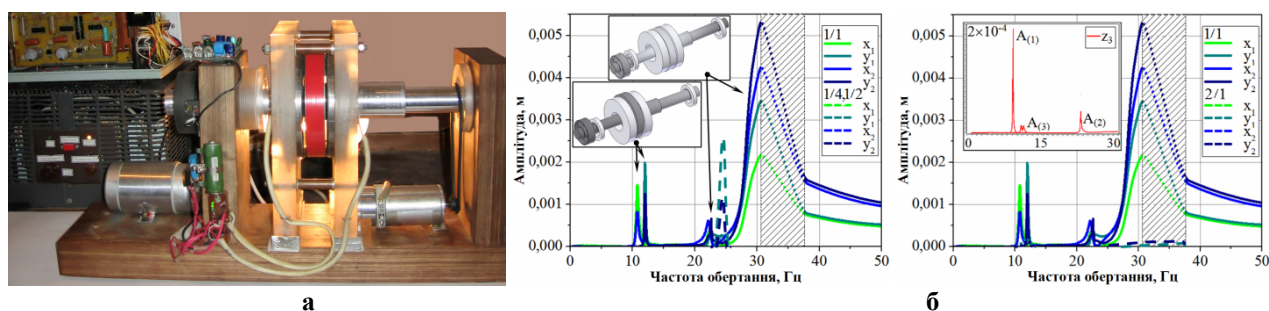


Рис. 3. Експериментальні дослідження: *a* – лабораторна установка з ротором в радіальних ПМП і осьовому АМП; *б* – залежності амплітуд основної гармоніки, субгармонік (зліва) і супергармонік (справа) від частоти збуджувальної сили

Список літератури:

- 1 *Schweitzer G. Applications and Research Topics for Active Magnetic Bearings / G. Schweitzer // IUTAM Bookseries. –Vol. 25: IUTAM Symposium on Emerging Trends in Rotor Dynamics, New Delhi, India, March 23-26, 2009: Proceedings / Ed. K. Gupta. –Dordrecht: Springer, 2011. –Pp. 263-273.*
- 2 *Magnetic Bearings. Theory and Applications / Edited by Boštjan Polajžer. –Rijeka: Sciyo, 2010. –140 p.*
- 3 *Maslen E.H. Magnetic Bearings / E.H. Maslen. –Virginia: University of Virginia Department of Mechanical, Aerospace, and Nuclear Engineering Charlottesville, 2000. –231 p.*
- 4 *Chiba A. Magnetic Bearings and Bearingless Drives / A. Chiba, T. Fukao, O. Ichikawa, M. Oshima, M. Takemoto, D. Dorrell. –Oxford: Elsevier Linacre House, 2005. –381 p.*
- 5 *Bleuler H. Magnetic Bearings. Theory, Design, and Application to Rotating Machinery / H. Bleuler, M. Cole, P. Keogh, R. Larsonneur, E. Maslen, Y. Okada, et al.; Editors G. Schweitzer and E.H. Maslen. –Berlin: Springer, 2009. –535 p.*
- 6 *Bassani R. Permanent magnetic levitation and stability / R. Bassani // Fundamentals of Tribology and Bridging the Gap Between the Macro-and Micro Nanoscales. –Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2001. –Pp. 899-913.*
- 7 *Ji J.C. Nonlinear Dynamics of Magnetic Bearing Systems / J.C. Ji, C.H. Hansen, A.C. Zander // Journal of Intelligent Material Systems and Structures. –2008. –Vol. 19(12). –Pp. 1471-1491.*
- 8 *Martynenko G. Application of Nonlinear Models for a Well-Defined Description of the Dynamics of Rotors in Magnetic Bearings / G. Martynenko // Eureka: Physics and Engineering, 2016. –Number 3. –Pp. 3-12.*
- 9 *Раус Э. Динамика системы твердых тел: в 2-х т. / Э. Раус; пер. с англ. Т. 1 / Под ред. Ю.А. Архангельского и В.Г. Дёмина. –М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1983. –464 с.*
- 10 *Martynenko G. The Interrelated Modelling Method of the Nonlinear Dynamics of Rigid Rotors in Passive and Active Magnetic Bearings / G. Martynenko // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. Applied Physics, 2016. –No. 2/5(80). –Pp. 4-13.*
- 11 *Мартыненко Г.Ю. Определение зависимостей радиальных и осевых сил от смещений роторного магнита в радиальном магнитном подшипнике на двух кольцевых постоянных магнитах / Г.Ю. Мартыненко // Проблемы машиностроения, 2010. –Т. 13, –№1. –С. 52-64.*
- 12 *Пат. 77665. Україна. МПК F16C 32/04. Спосіб дискретного керування електромагнітним підвісом обертових роторів / Є.Д. Роговий, Ю.С. Бухолдін, В.О. Левашов, Г.Ю. Мартиненко, М.М. Смірнов. –№2003076309; заявл. 08.07.03; опубл. 15.01.07, Бюл. №1/2007. –6 с.*
- 13 *Martynenko G. Resonance mode detuning in rotor systems employing active and passive magnetic bearings with controlled stiffness / G. Martynenko // International Journal of Automotive and Mechanical Engineering, 2016. –Vol. 13, Issue 2. –Pp. 3293-3308.*