

## Теоретична оцінка втомної довговічності металевих матеріалів за постійного розмаху напружень циклу

О.М. Герасимчук, О.В. Кононученко

Інститут проблем міцності імені Г. С. Писаренка НАН України

**Анотація.** Запропоновано розрахункову модель для теоретичної оцінки втомної довговічності зразків із металевих матеріалів за постійного прикладеного розмаху напружень циклу. Повна втомна довговічність розділяється на дві стадії: стадію зародження тріщини, тобто кількість циклів навантаження до моменту її ініціювання (стадія 1) і стадію росту тріщини (стадія 2). Для оцінки тривалості кожної із стадій застосовуються різні підходи: для стадії 1 – степеневе рівняння втомної довговічності, отримане з умови, коли накопичена енергія деформації дорівнює питомій енергії тріщиноутворення, а для стадії 2 кількість циклів отримуємо в результаті інтегрування рівняння швидкості росту тріщини, де за її ефективну рушійну силу приймається ефективний розмах коефіцієнта інтенсивності напружень (КІН), що визначається як різниця між прикладеним «зовнішнім» розмахом КІН і «внутрішнім» розмахом КІН, який характеризує опір матеріалу росту тріщини. Вихідними даними для розрахунку, окрім параметрів навантаження, є характеристики статичної міцності та мікроструктури вихідного матеріалу. Розрахунки за запропонованою моделлю втомної довговічності зразків зі сталі 45 показують хороший збіг із експериментальними результатами.

**Ключові слова:** багатоциклова втома; втомна довговічність; коротка втомна тріщина; концентратор напружень; сталь 45.

### Опис моделі

На сьогодні загально прийнято розділяти процес втомного руйнування на стадію зародження втомної тріщини (стадія 1) і стадію її росту до руйнування (стадія 2). Для математичного описання процесу втомного руйнування у вигляді рівнянь втомної довговічності за заданих умов циклічного навантаження технічно важливо розглядати стадію 1 і стадію 2 окремо, тому що характер і механізми втомного пошкодження на цих стадіях суттєво відрізняються. Рівняння для оцінки тривалості стадії 1  $N_{in}$  пропонується в наступному вигляді:

$$N_{in} = \left( \frac{\beta}{\Delta\sigma - \Delta\sigma_R} \right)^{m_n - 1}, \quad (1)$$

де

$$\beta = \frac{40EM}{\xi(1+\nu)\sqrt{\pi(1-\nu)}} \quad (2)$$

$N_{in}$  – кількість циклів навантаження до ініціювання тріщини;  $\Delta\sigma$  – прикладений розмах напружень циклу;  $E$  – модуль пружності;  $M$  – фактор Тейлора;  $\nu$  – коефіцієнт Пуассона;  $\xi$  – критична гострота інтрузії, відношення її глибини до радіусу вістря, характеристика матеріалу, розрахунковий параметр [1];  $\Delta\sigma_R$  – границя витривалості гладких зразків у термінах розмаху напружень циклу за асиметрії  $R$ , характеристика матеріалу, розрахунковий параметр [1];  $m_n$  – показник степеня у рівнянні швидкості росту втомної тріщини, характеристика матеріалу, розрахунковий параметр [2]. За наявності концентратора напружень у рівнянні (1) використовується прикладений розмах локальних напружень.

Рівняння швидкості росту втомної тріщини  $dl/dN$  пропонується у наступному вигляді:

$$\frac{dl}{dN} = \frac{b}{(\Delta K_{th,in})^{m_m}} \left[ (\Delta K_e)^{m_m} - (\Delta K_{th,in})^{m_m} \right], \quad (3)$$

де  $\Delta K_e$  – ефективний розмах КІН, ефективна рушійна сила втомної тріщини:

$$\Delta K_e = \Delta K - (\Delta K_{th,R} - \Delta K_{th,in}) (1 - e^{-k_1(l)} + 1 - e^{-k_2(l)}) \quad (4)$$

$b$  – мінімальна швидкість росту тріщини, яка дорівнює одній міжатомній відстані у напрямку вектора Бюргерса  $\vec{b}$  за цикл;  $\Delta K$  – прикладений розмах КІН,  $\Delta K = \Delta \sigma \cdot Y \sqrt{\pi(l+l_H)}$ ,  $l_H$  – поправка Ель Гаддада до розміру короткої тріщини [2]:

$$l_H = l_s (0,73/Y)^2, \quad (5)$$

$$l_s = \frac{8^2 \cdot \pi (1+\nu)^2 h}{12 \cdot M^2 b} \cdot d, \quad (6)$$

$Y$  – геометричний фактор;  $b$  – міжатомна відстань у напрямку вектора Бюргерса  $\vec{b}$ ;  $d$  – розмір зерна;  $h$  – відстань між сусідніми паралельними площинами ковзання у кристалічній ґратці;  $\Delta K_{th,R}$  – пороговий розмах КІН для довгих тріщин:

$$\Delta K_{th,R} = \Delta \sigma_R 0,73 \sqrt{\pi l_s}; \quad (7)$$

коефіцієнт 0,73 – значення геометричного фактора для найглибшої точки фронту плоскої півкруглої поверхневої тріщини, розташованої у півпросторі, перпендикулярно напрямку дії прикладеного напруження розтягу;  $\Delta K_{th,in}$  – внутрішній пороговий розмах КІН [3]:

$$\Delta K_{th,in} = E \sqrt{b} \sqrt{d/l_s}, \quad (8)$$

Параметри  $k_1(l)$  і  $k_2(l)$  у рівнянні (4) характеризують швидкість розвитку ефекту закриття тріщини під час її росту, за різними механізмами: перший – внаслідок шорсткості поверхонь руйнування позаду вістря тріщини і другий – за механізмом пластичного деформування поверхонь руйнування:

$$k_1(l) = ((l-d)/l_H) (\Delta \sigma / \Delta \sigma_R)^2, \quad (9)$$

$$k_2(l) = (l-d)/l_p, \quad (10)$$

де  $l_p = 12d(\sigma_Y/Y\sigma_{max})^2$  для  $R = -1$  і  $l_p = 3d(\sigma_Y/Y\sigma_{max})^2$  для  $R \geq 0$ ;  $\sigma_{max}$  – максимальне напруження циклу;  $\sigma_Y$  – напруження початку макротекучості.

Кількість циклів під час росту тріщини  $N_{FCG}$  отримаємо в результаті чисельного інтегрування рівняння швидкості її росту (3) від  $l = 0$  до  $l = l_t$ , де  $l_t$  – кінцевий лінійний розмір тріщини, який приймається за критерій руйнування від втоми:

$$N_{FCG} = \frac{(\Delta K_{th,in})^{m_m}}{b} \int_0^{l_t} \left[ (\Delta K_e)^{m_m} - (\Delta K_{th,in})^{m_m} \right]^{-1} dl, \quad (11)$$

Варто зазначити, що у розрахунку тривалості стадії 1 застосовується повний розмах напружень циклу  $\Delta \sigma = \sigma_{max}(1-R)$  для будь-якого  $R$ , а у розрахунку тривалості стадії 2 такий повний розмах застосовується тільки для додатних асиметрій циклу  $R \geq 0$ . Для від’ємних

асиметрій  $R < 0$  на стадії 2 використовується тільки додатна частина циклу:  $\Delta\sigma = \sigma_{max}$ , тобто припускається, що тріщина зростає тільки під час додатної частини циклу.

### Підтвердження достовірності запропонованої оцінки

Для підтвердження достовірності запропонованої вище розрахункової моделі, було виконано розрахунки для зразків із глухим отвором діаметром 0,6 мм зі сталі 45 і порівняно з результатами випробувань цих зразків в тому за асиметрій  $R = -1$  і  $R = 0,1$  [4]. Вихідні дані для розрахунку наступні:  $E = 2,1 \cdot 10^5$  МПа;  $\sigma_y = \sigma_{0,2} = 468$  МПа;  $\nu = 0,3$ ;  $|\bar{b}| = 2,48 \cdot 10^{-10}$  м, отже  $b = |\bar{b}|(2 - \nu)/2 = 2,108 \cdot 10^{-10}$  м [2];  $h = 0,707 \cdot |\bar{b}| = 1,753 \cdot 10^{-10}$  м [3];  $d = 50 \cdot 10^{-6}$  м;  $M = 2$ ;  $\rho = 0,3 \cdot 10^{-3}$  м;  $K_t = 2,88$ ;  $B = 10 \cdot 10^{-3}$  м,  $t = 3 \cdot 10^{-3}$  м – розміри прямокутного поперечного перерізу зразка. Формули для визначення  $Y$  для кутової чверть-кругової тріщини, яка росте від наскрізного отвору у зразку з прямокутним поперечним перерізом взято з [4].

На рис. 1, а наведено типову кінетичну криву швидкості росту тріщини від отвору за постійного прикладеного номінального максимального напруження циклу  $\sigma_{max}^{nom} = 169,3$  МПа за  $R = -1$ , розраховану за рівнянням (3), в логарифмічних координатах: швидкість росту тріщини  $dl/dN$  мкм/цикл – довжина тріщини від краю отвору на поверхні зразка  $l$  мкм. Для порівняння нанесено експериментальні результати вимірювань швидкості росту тріщини з обох протилежних боків отвору на поверхні зразка [5]. На рис. 1, б наведено розраховану за рівнянням (11) криву втомного пошкодження на стадії 2 у координатах: розмір тріщини від краю отвору  $l$  мкм – кількість циклів навантаження  $N$  цикл і результати вимірювань розміру тріщин у процесі циклічного навантаження. Крива пошкодження починається від точки на осі абсцис  $N_{in,0}^{exp}$ , яка відображає момент завершення стадії 1. Ця точка визначалась у момент останнього спостереження, під час якого ще не було зафіксовано появу тріщини. Як видно з рис. 1, розрахована за запропонованою моделлю (3) крива швидкості росту тріщини і крива втомного пошкодження, розрахована за рівнянням (11), добре збігаються з експериментальними даними.

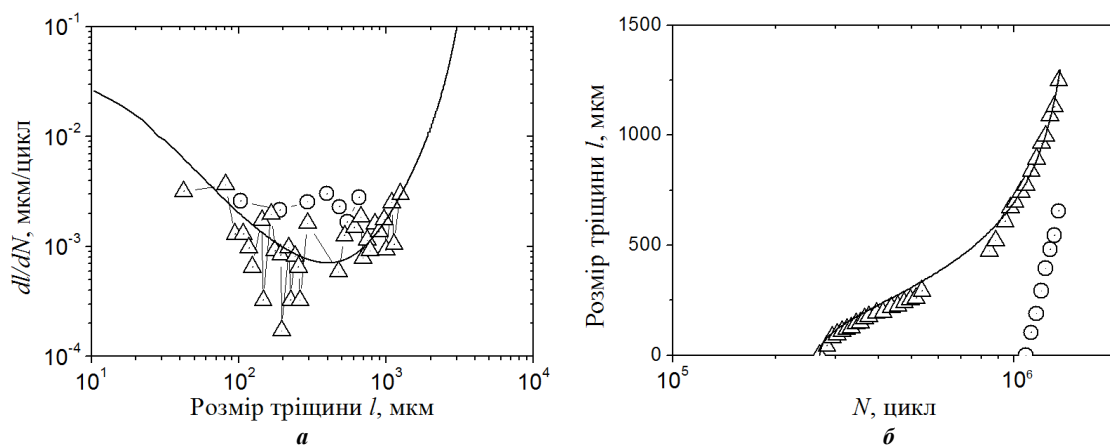


Рис. 1. Порівняння розрахованої кривої швидкості росту тріщини (а) та кривої накопичення пошкодження на стадії 2 (б) з експериментальними даними

Для кількісної оцінки розбіжностей розрахунку з експериментальними даними було розраховано кількість циклів  $N_{FCG}^{calc}$  під час росту тріщини (тривалість стадії 2) для кожного

зразка. Для порівняння з експериментальними даними вибрано тріщину, яка першою з’явилась на поверхні зразка і мала більший кінцевий розмір. Результати розрахунків  $N_{FCG}^{calc}$  представлено і порівняно з експериментальними даними на рис. 2, б. На рис. 2, а наведено порівняння розрахованої за рівнянням (1) кількості циклів до ініціювання тріщини  $N_{in,0}^{calc}$  з експериментальною  $N_{in,0}^{exp}$  (тривалість стадії 1), а на рис. 2, в – порівняння розрахованої повної втомної довговічності зразків  $N_{total}^{calc} = N_{in,0}^{calc} + N_{FCG}^{calc}$  з експериментальною  $N_{total}^{exp}$ . Як видно з рис. 2, результати розрахунків добре збігаються з експериментальними даними.

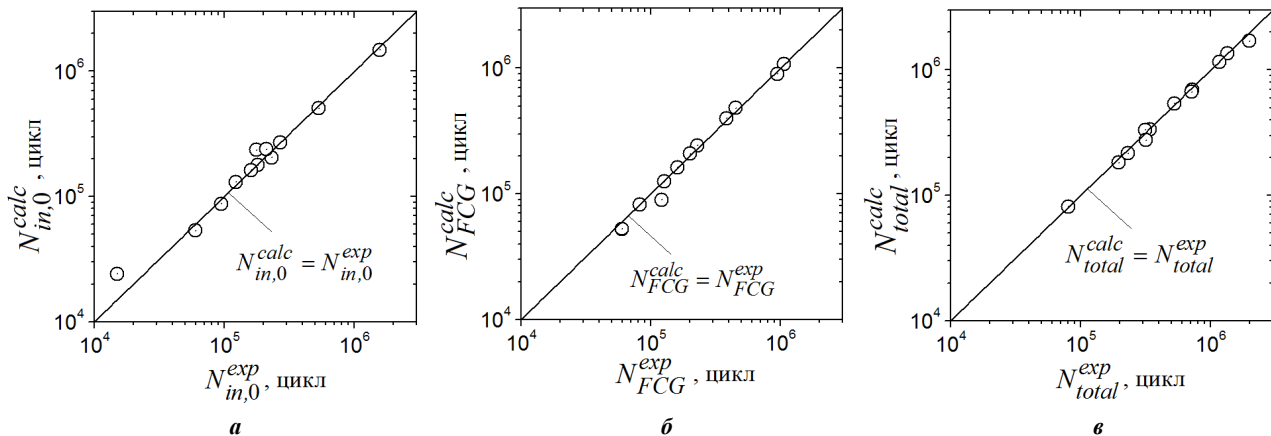


Рис. 2. Порівняння розрахованої втомної довговічності з експериментальними даними для зразків із глухим отвором діаметром 0,6 мм зі сталі 45: а – тривалість стадії 1; б – тривалість стадії 2; в – повна втомна довговічність

## Висновки

Перевагою запропонованої моделі є відсутність потреби проведення довготривалих і трудомістких випробувань на втому. Для розрахунку за моделлю достатньо лише дані про характеристики статичної міцності:  $E$ ,  $\nu$ ,  $\sigma_{0,2}$ , які отримують із випробувань на короткочасний розтяг стандартних зразків з даного матеріалу, та характеристики мікроструктури:  $d$ ,  $M$ ,  $b$ , які визначають із аналізу мікроструктури вихідного матеріалу.

*Практичне значення.* Модель може бути використано для оцінки ресурсу металевих деталей машин, що працюють в умовах циклічного навантаження і в яких допускається наявність тріщини певного розміру.

## Список літератури

1. О. М. Герасимчук, “Theoretical estimation of the endurance limit of metal materials by the characteristics of their static strength and microstructure based on the linear-elastic fracture mechanics” *Strength of Materials*, vol. 55, pp. 25–34, 2023.
2. О. М. Герасимчук, “Microstructurally-dependent model for predicting the kinetics of physically small and long fatigue crack growth” *Int. J. Fatigue.*, vol. 81, pp. 148–161, 2015, May. 2023. doi:10.1016/j.ijfatigue.2015.08.002.
3. K. S. Chan, “Variability of large-crack fatigue-crack-growth thresholds in structural alloys” *Metall. Mater. Trans. A*, vol. 35A, pp. 3721–3735, 2004.
4. О. М. Герасимчук, О. В. Кононченко, “Peculiarities of short fatigue crack growth from a blind hole in specimens made of steel 45. Part 2. Model of short fatigue crack growth from a notch” *Strength of Materials*, vol. 53, pp. 405–416, 2021, May. 2023. doi:10.1007/s11223-021-00300-3.
5. О. М. Герасимчук, О. В. Кононченко, “Peculiarities of short fatigue cracks growth from a blind hole in specimens made of steel 45. Part 1. Experimental results” *Strength of Materials*, vol. 53, pp. 213–221, 2021, May. 2023. doi:10.1007/s11223-021-00277-z.

## Theoretical assessment of fatigue life of metal materials at constant cycle stress range

O. Herasymchuk, O. Kononuchenko

**Abstract.** A computational model is proposed for theoretical evaluation of fatigue life of samples made of metallic materials at a constant applied cycle stress range. The total fatigue life is divided into two stages: the stage of crack nucleation, i.e., the number of loading cycles before its initiation (stage 1) and the stage of crack growth (stage 2). Different approaches are used to estimate the duration of each stage. For stage 1, the power law fatigue life equation is obtained from the condition that the accumulated strain energy is equal to the specific cracking energy, and for stage 2, the number of cycles is obtained by integrating the crack growth rate equation, where the effective range of the stress intensity factor (SIF), defined as the difference between the applied "external" range of the SIF and the "internal" range of the SIF, which characterizes the material's resistance to crack growth, is taken as its effective driving force. The initial data for the calculation, in addition to the loading parameters, are the characteristics of the static strength and microstructure of the initial material. Calculations based on the proposed fatigue life model for steel 0.45%C specimens show good agreement with experimental results.

**Keywords:** high cycle fatigue; fatigue life; short fatigue crack; stress riser; steel 0.45%C.