

Дослідження коливань складних механічних систем

А.Є. Бабенко, О.О. Боронко, С.І. Трубачев, Я.І. Лавренко

КПІ ім. Ігоря Сікорського, Київ, Україна

Анотація. В даній роботі запропонований єдиний методологічний підхід та програмне забезпечення розрахунку елементів конструкцій під дією вібраційних навантажень. Алгоритми визначення динамічних характеристик машинобудівних конструкцій ґрунтуються на методах формування функціоналу типу Релея та мінімізації їх методом покоординатного спуску. Даний підхід дозволяє уникнути проблем пов'язаних з формуванням, зберіганням та оперуванням з глобальними матрицями жорсткості та мас. Це дає змогу суттєво економити оперативну пам'ять ПЕОМ при вирішенні задач великої розмірності. Розроблене програмне забезпечення сформоване за модульним принципом, що дозволяє вдосконалювати та розвивати даний пакет прикладних програм з урахуванням сучасних потреб. Запропонований підхід програмного забезпечення було відлагоджено на великій кількості прикладних задач та впроваджено в інженерну практику. Вирішена актуальна задача про визначення стійкості руху центрифуги Pico21.

Ключові слова: Динамічні характеристики; власні частоти; власні форми; вимушені коливання; промислова центрифуга.

Вступ. Складні механічні системи машинобудування можна змоделювати стержневими системами, масивними тілами, пластинами та просторовими пластинчато-оболонковими конструкціями в різноманітних комбінаціях. У процесі експлуатації такі конструкції, як правило, зазнають інтенсивних вібраційних навантажень, тому розрахунок механічних систем під дією вібраційних навантажень є актуальною задачею. Як відомо, що аналітичні методи розрахунку коливань складних машинобудівних конструкцій, не завжди є ефективними, тому необхідно розвивати універсальні чисельні методи для розрахунку прикладних задач, які б дозволили визначити оптимальні параметри елементів конструкцій що знаходяться під дією інтенсивних вібраційних навантажень.

На основі запропонованих методів розв'язана задача про вимушені коливання швидкообертючих елементів на прикладі лабораторної центрифуги. Визначено зони стійкої роботи та наведені рекомендації з оптимального проектування конструкції.

Матеріали і методи. Для дослідження коливань механічних систем в роботі пропонується метод визначення власних частот та власних форм коливань елементів машинобудівних конструкцій, який базується на мінімізації функціоналів типу Релея методом покоординатного спуску [1, 2]. Використання метода покоординатного спуску дозволяє уникнути проблем, що пов'язані з формуванням, зберіганням та оперуванням з глобальними матрицями жорсткості та мас. Це дає можливість розв'язувати задачі великої розмірності використовуючи тільки оперативну пам'ять ПЕОМ. Ефективне використання методу покоординатного спуску залежить від швидкості збіжності ітераційного процесу. Для прискорення збіжності ітераційного процесу можливо використання метода неповної релаксації.

Позначимо \bar{U} та \bar{K} – квадратичні форми, які мають вигляд [3]:

$$\bar{U} = B(c, c) = \frac{1}{2} \sum_{S=1}^N \sum_{K=1}^N C_{SK} c_K c_S, \quad (1)$$

$$\bar{K} = K(c, c) = \frac{1}{2} \sum_{S=1}^N \sum_{K=1}^N A_{SK} c_K c_S, \quad (2)$$

та є амплітудами потенціальної та кінетичної енергії.

У роботі ітераційний процес будується таким чином:

$$\vec{c}^{-k+1} = \vec{c}^{-k} + \gamma_i^{k+1} \vec{e}_i, \quad (3)$$

де \vec{c}^{-k} – вектор вузлових невідомих; \vec{e}_i – одиничний вектор у напрямку \vec{c}^{-k} ; γ_i^{k+1} – крок. Тоді функціонал, який необхідно мінімізувати, записується для $k+1$ наближення у вигляді:

$$I^{k+1} = (Bc^{k+1}, c^{k+1}) - \left(K(\omega_1^{(1)})^2 c^k, c^{k+1} \right), \quad (4)$$

де $(\omega)^{k2} = \frac{B(c^k, c^k)}{K(c^k, c^k)}$, а $(\omega^k)^2 (Kc^k, e_i) = f_i^k$, і ця величина може бути використана як сила інерції.

При чисельних розрахунках ітераційний процес продовжується до тих пір, поки відношення $\|\vec{\gamma}^k\|/\|\vec{c}^k\|$ не стане менше деякого, наперед заданого числа $e > 0$. Вибір якого виконується так, щоб похибка ітераційного процесу була приблизно рівна похибці апроксимації переміщень $O(h^5)$. Таким чином прийнятий критерій зупинки ітераційного процесу записується наступним чином:

$$\frac{\|\vec{\gamma}^k\|}{\|\vec{c}^k\|} < e \quad (5)$$

де $\|\vec{\gamma}^k\|$, $\|\vec{c}^k\|$ – норми векторів приростів та переміщень на k -й ітерації.

Так як власні форми коливань повинні задовольняти граничним умовам, то приходимо до задачі мінімізації відношення типу Релея-Ритца з обмеженнями. В багатьох випадках переміщення задаються у вигляді фіксованих величин на частини границі. Підставляючи їх у функціонал, получимо задачу мінімізації без обмежень на просторі меншої розмірності. Для визначення більш високих частот використовувався метод мінімізації функціонала на проекторах [1]. Метод є стійким відносно обчислювальних помилок, які обумовлені точністю обчислювання ПЕОМ, та має наступні переваги: не потребує формування матриць інерції та жорсткості та оперування з ними, потребує мінімальної кількості ітерацій. Для врахування частотно-залежного (в'язкого) тертя використовувалась відповідна гіпотеза Кельвіна – Фойхта.

Результати. Отримані власні частоти та власні форми коливань використовувались при розгляді вимушених коливань. На основі запропонованого методу було розроблено алгоритми та пакети прикладних програм (ППП) для визначення динамічних характеристик механічних конструкцій, які широко використовуються в сучасному машинобудуванні.

Обговорення. З огляду на те, що ППП побудовано за модульним принципом, це дозволяє вдосконалювати його структуру за допомогою сервісних програм, а також видозмінювати та додатково розробляти програми для нових задач. Для роботи ППП необхідні вхідні дані щодо задачі, що розв'язується. Ці дані можна об'єднати у такі основні групи, як: інформація о топології області; інформація о типі задачі; інформація о фізичних параметрах конструкції; інформація о кінематичних граничних умовах та навантаженні.

ППП було налагоджено та удосконалено на великій кількості тестових та прикладних задач різної складності. Чисельні результати порівняно з результатами, отриманими аналі-

тичними або іншими чисельними методами, а також із відповідними експериментальними даними. Похибка у визначенні власних частот не перевищувала 5%.

Розв'язана актуальна задача оптимального проектування високошвидкісної прецизійної центрифуги з урахуванням особливостей експлуатаційних характеристик.

Розроблено підхід, який дозволяє виконати розрахунок високошвидкісних прецизійних центрифуг, як багатомасових систем, з врахуванням впливу факторів конструктивного, технологічного та експлуатаційного характеру, в тому числі дисбалансів, які виникають в результаті неточності виготовлення та завантаження ротора центрифуги.

Було досліджено динаміку руху центрифуги та розвинуто метод визначення її динамічних характеристик з врахуванням деформативності її елементів, гіроскопічних ефектів та вперше виявлено існування резонансних частот на подвоєній власній частоті, які вище першої. Результати експериментальних досліджень динаміки центрифуги підтвердили, що розроблений метод дає достатню для практики точність визначення необхідних умов та зон стійкості руху центрифуг, які необхідні для якісної сепарації сумішей. Для центрифуги типу Pico 21, зони стійкої роботи мають місце при швидкостях обертання в межах 62–200 рад/с, 210–215 рад/с, 230–800 рад/с.

Висновки

Отримані в роботі результати стали теоретичною основою інженерного методу розрахунку вимушених коливань машинобудівних конструкцій, а також оптимізації вибору їх конструктивних параметрів під дією вібраційних навантажень. Запропонований метод та його реалізація у вигляді автоматизованої системи розрахунку отримали впровадження в інженерну практику.

Відхилення між розрахунковими та експериментальними даними на трьох нижніх власних частотах центрифуги не перевищує 2 %, 1,7 % та 1,2 % відповідно.

Список літератури

1. Бабенко А. Є. Визначення частотного спектру та власних форм коливань пружних систем методом підвищення жорсткостей // А.Є. Бабенко, О.О. Боронко, М.В. Василенко, С.І. Трубачев / Проблеми міцності. – 1990. – № 2 – с. 122-124.
2. Бабенко А. Є. Застосування та розвиток методу покоординатного спуску в задачах визначення напружено-деформованого стану при статичних та вібраційних навантаженнях // А.Є. Бабенко, Н.І. Бобир, С.Л. Бойко, О.О. Боронко / – К.: Інрес, 2005. – 264 с.
3. Коливання стержнів, пластин та оболонок: підручн. для студ. спец. 131 «Прикладна механіка»/ А. Є. Бабенко, О. О. Боронко, Я. І. Лавренко, С. І. Трубачев; КПІ ім. Ігоря Сікорського. – Електронні текстові данні. – Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022. – 251 с. <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/48522>

Investigation of vibrations of complex mechanical systems

A. Babenko, O. Boronko, S. Trubachev, Ia. Lavrenko

Abstract. In this work, a unified methodological approach and software for the calculation of structural elements under the action of vibration loads are proposed. Algorithms for determining the dynamic characteristics of machine-building structures are based on methods of forming Rayleigh-type functionals and minimizing them by coordinate descent. This approach avoids the problems associated with the formation, saving and handling of global stiffness and mass matrices. This makes it possible to significantly save the RAM of a personal computer when solving large-scale problems. The developed software is formed according to the modular principle, which makes it possible to improve and develop this package of application programs taking into account modern needs. The proposed software approach was debugged on a large number of applied problems and implemented in engineering practice. The urgent task of determining the stability of the Pico21 centrifuge movement has been solved.

Keywords. Dynamic characteristics; eigenfrequencies; eigenforms; forced oscillations; industrial centrifuge.