

# Сучасні проблеми механіки секція деформівного твердого тіла

УДК 539.3+534.13+629.783

## Визначення максимальних напружень у отворі в шаруватих композитних пластинах зі схемою укладання $[\varphi/-\varphi]_{2S}$ , навантажених болтом

К.М. Рудаков

КПІ ім. Ігоря Сікорського, Київ, Україна

**Анотація:** При проектуванні болтових з'єднань (БЗ) необхідно, зокрема, проводити їхні перевірні розрахунки на міцність. При цьому бажано застосовувати експрес-аналіз: розрахунки за простими формулами достатньої точності. Для БЗ пластин із шаруватих полімерних композиційних матеріалів (ПКМ) проблема ще не вирішена. Мета дослідження: в розрахунках за методом скінченних елементів (МСЕ) отримати інформацію про розташування зон з максимальними напруженнями та графіки їхніх змін для схеми укладання  $[\varphi/-\varphi]_{2S}$ .

Були проведені чисельні розрахунки із застосуванням МСЕ (контактна задача) для БЗ пластини із шаруватого ПКМ. Передбачалася 3D-ортотропія кожного моношару.

Отримані нові таблиці, побудовані графіки, що надають візуальне уявлення про характери зміни максимальних напружень.

**Ключові слова:** болтове з'єднання; полімерне-композитний матеріал; схеми укладання шарів; концентрація напружень; міцність

Розглядається композитна пластина (довга полоса) з отвором, в який встановлено жорсткий “болт”. Під навантаженням в околі отвору виникає складний напружено-деформований стан. Найбільш небезпечна ситуація – розрив пластини біля отвору.

Формула на розрив ізотропної пластини в ослабленому отвором (робочому) перетині:

$$\sigma_{\max} = \sigma_{\text{ном}} \underline{\alpha} = \frac{N}{wt} \frac{1}{(1-d/w)} \underline{\alpha} \leq [\sigma]_t, \quad (1)$$

де  $\sigma_{\max}$ ,  $\sigma_{\text{ном}}$  – максимальне та номінальне напруження;  $N$  – приведена сила, що навантажує болт та ще й намагається розірвати пластину;  $d$  – номінальний діаметр болта або отвору;  $t$  – товщина пластини біля отвору;  $w$  – розрахункова ширина пластини, яка приходить на один отвір;  $\underline{\alpha}$  – теоретичний коефіцієнт концентрації напружень (ККН, нетто-переріз) у отвору, навантаженого болтом;  $[\sigma]_t$  – допустиме значення напружень при розтягу.

Пластину моделювали з полімерного шаруватого композиційного матеріалу, далі – ПКМ (CFRP). Шари з вуглецевою нитки, проміжки заповнені полімером. Напрямок укладання визначається кутом  $\pm \varphi$ , де  $0 < \varphi < 90^\circ$ , відносно визначеного напрямку прикладення навантаження. Кожен шар вважали пружним 3D-ортотропним матеріалом; у площині шару головні осі пружної ортотропії визначаються напрямом нити.

Раніше в розрахунках за методом скінченних елементів (МСЕ) було отримано, що при схемі укладання  $[45/-45]_{2S}$  максимальні напруження у отвору значно більші, ніж при схемі  $[0/45/-45/90]_{2S}$ , для якої вже знайдено декілька виразів для визначення ККН  $\underline{\alpha}$  [1], [2].

Не вдалося знайти аналітичний розв’язок контактної задачі для структури укладання  $[\varphi / -\varphi]$ , тому і для  $[\varphi / -\varphi]_{2S}$ . Ні в літературі, ні самостійно.

Мета дослідження: в розрахунках за МСЕ отримати інформацію про розташування зон з максимальними напруженнями та графіки їхніх змін для схеми укладання  $[\varphi / -\varphi]_{2S}$  при  $0 \leq \varphi \leq 90$  градусів.

### Основні характеристики матеріалів, моделі

Модулі пружності шарів наведені в таблиці 1 [2].

Таблиця 1

**Значення модулів пружності шарів (1 – ЭДТ-10 / ТС 36S-12К; 2 – УОЛ-300-1А)**

| Матеріал шару | Модулі Юнга, МПа |          |          | Модулі зсуву, МПа |                  |                  | Коефіцієнти Пуассона |                      |                      |
|---------------|------------------|----------|----------|-------------------|------------------|------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
|               | $E_{11}$         | $E_{22}$ | $E_{33}$ | $G_{12}, G_{21}$  | $G_{13}, G_{31}$ | $G_{23}, G_{32}$ | $\mu_{12}, \mu_{13}$ | $\mu_{23}, \mu_{32}$ | $\mu_{21}, \mu_{31}$ |
| 1             | 149700           | 17560    | 17560    | 16830             | 16830            | 7630             | 0.2637               | 0.1504               | 0.0309               |
| 2             | 150000           | 8000     | 8000     | 4400              | 4400             | 2700             | 0.2900               | 0.4800               | 0.0155               |

Ці два ПКМ характерні різними відношеннями  $E_{11} / E_{22}$ : 8.52, 18.75, тобто охоплюють доволі значний діапазон можливих співвідношень.

Затягування у БЗ не моделювали, оскільки воно не збільшує ризику руйнування.

Скінченно-елементні моделі робили змішаними [1], [2], що дозволило отримати розв’язки контактної тривимірної задачі на персональній ЕОМ підвищеної потужності. Розміри скінченно-елементної сітки обрали за ознакою збіжності результатів (при  $\zeta = d / w = 1/6$  й діаметрі отворів у 5 мм): при їх поверхнях розміри СЕ у плані склали 0.025×0.025 мм [2].

Розрахунки за МСЕ проводили в учбовій версії програмного комплексу Femap від Siemens з процесором NX Nastran.

У проектувальних та перевірочних розрахунках вважається, що сила  $N$ , що навантажує, є рівнодійною, відомою та прикладеною до пластини на відстані від отвору, достатньому для погашення крайового ефекту. Найкращий варіант її прикладення у модельних розрахунках – у вигляді розподіленої на торцевій поверхні сили з інтенсивністю

$$p = N / (hw), \quad (2)$$

де  $h$  – середня товщина пластини у цьому місці ( $h$  може бути іншою, ніж  $t$  біля отвору).

З формули (1) з використанням (2) маємо, що

$$\sigma_{nom} = \frac{N}{wt} \frac{1}{(1-\zeta)} = p \frac{h}{t(1-\zeta)} \text{ або } p = \sigma_{nom} \frac{t(1-\zeta)}{h}, \quad (3)$$

де  $\zeta = d / w$ . Наприклад, при  $t = h$ ;  $\zeta = 1/6$ ;  $\sigma_{nom} = 100$  МПа маємо  $p = 83.(3)$  МПа.

### Пластина з шаруватого ПКМ, схема $[\varphi / -\varphi]_{2S}$ . Максимальні значення напружень $\sigma_1$

Провели розрахунки за МСЕ при  $t = h$ ;  $\zeta = 1/6$ ;  $p = 83.(3)$  МПа (таблиця 2 та рис. 1). ККН  $\alpha$  підраховували біля отвору в послабленому отвором перерізі. Тертя й зазор не задавали.

Таблиця 2

Значення на поверхні отвору в пластині. Структура укладання шарів  $[\varphi / -\varphi]_{2S}$

| Кут укладання $\varphi$ , град. | ЭДТ-10 / ТС 36S-12К                     |                      |  | УОЛ-300-1А                              |                      |  |
|---------------------------------|---|----------------------|--|---|----------------------|--|
|                                 | $(\sigma_1)_{\max} \cdot 10^{-2}$ , МПа | $\underline{\alpha}$ | $(\sigma_1)_{\max} \cdot 10^{-2} / \underline{\alpha}$ | $(\sigma_1)_{\max} \cdot 10^{-2}$ , МПа | $\underline{\alpha}$ | $(\sigma_1)_{\max} \cdot 10^{-2} / \underline{\alpha}$ |
| 0                               | 10.10                                   | 10.10                | 1  | 18.04                                   | 18.04                | 1  |
| 7.5                             | 10.11                                   | 9.444                | 1.071  | 16.12                                   | 13.15                | 1.226  |
| 15                              | 9.747                                   | 8.080                | 1.206  | 13.29                                   | 8.200                | 1.621  |
| 22.5                            | 9.090                                   | 6.720                | 1.353  | 12.93                                   | 5.670                | 2.280  |
| 30                              | 8.401                                   | 5.700                | 1.474  | 13.91                                   | 4.130                | 3.368  |
| 37.5                            | 9.771                                   | 5.024                | 1.945  | 18.55                                   | 3.360                | 5.521  |
| 45                              | 11.76                                   | 4.630                | 2.540  | 26.86                                   | 3.020                | 8.894  |
| 52.5                            | 12.41                                   | 4.390                | <b>2.827</b>   | 27.33                                   | 2.910                | <b>9.392</b>   |
| 60                              | 11.79                                   | 4.280                | 2.755  | 22.46                                   | 2.930                | 7.666  |
| 67.5                            | 10.48                                   | 4.274                | 2.452  | 19.31                                   | 3.200                | 6.034  |
| 75                              | 9.404                                   | 4.286                | 2.194  | 19.32                                   | 3.730                | 5.180  |
| 82.5                            | 8.247                                   | 4.326                | 1.906  | 19.60                                   | 4.546                | 4.311  |
| 90                              | 7.794                                   | 4.350                | 1.792  | 18.14                                   | 5.085                | 3.567  |

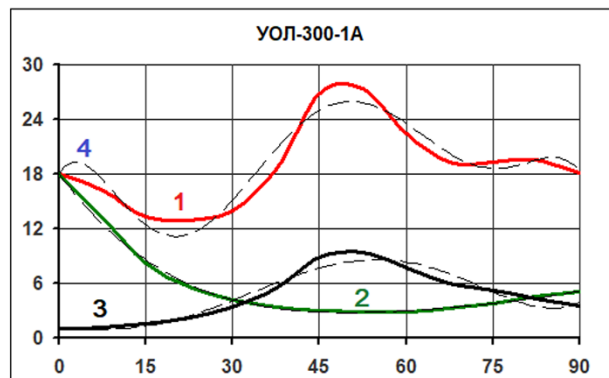
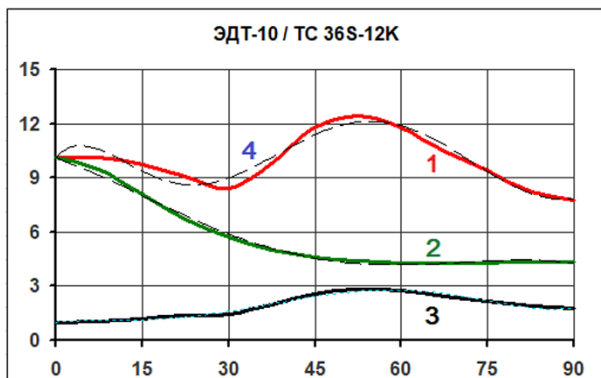


Рис. 1. Графіки функцій таблиці 2: 1 –  $\sigma_1 \cdot 10^{-2}$ , МПа; 2 –  $\underline{\alpha}$ ; 3 –  $\sigma_1 \cdot 10^{-2} / \underline{\alpha}$ , МПа; 4 – лінії тренду

Таблиця 3

Формули ліній тренду графіків рис. 1 (Excel) та показники якості наближення  $R^2$

|   | ЭДТ-10 / ТС 36S-12К  | УОЛ-300-1А   |
|---|--|--|
| $\sigma_1 \cdot 10^{-2}$ , МПа                | $y = -1E-09x^6 + 4E-07x^5 - 4E-05x^4 + 0.0024x^3 - 0.0532x^2 + 0.3469x + 10.1$<br>$R^2 = 0.9399$ | $y = -9E-09x^6 + 2E-06x^5 - 0.0002x^4 + 0.0115x^3 - 0.2127x^2 + 0.9627x + 18.04$<br>$R^2 = 0.9223$ |
| $\underline{\alpha}$                          | $y = -5E-07x^4 + 8E-05x^3 - 0.0029x^2 - 0.113x + 10.1$<br>$R^2 = 0.9952$                         | $y = 6E-07x^4 - 0.0002x^3 + 0.0177x^2 - 0.8649x + 18.04$<br>$R^2 = 0.9972$                         |
| $\sigma_1 \cdot 10^{-2} / \underline{\alpha}$ | $y = 1E-08x^5 - 3E-06x^4 + 0.0002x^3 - 0.0036x^2 + 0.0322x + 1$<br>$R^2 = 0.9828$                | $y = 5E-08x^5 - 9E-06x^4 + 0.0004x^3 - 0.003x^2 - 0.0069x + 1$<br>$R^2 = 0.9416$                   |

Таблиця 4

**Кут  $\psi(\varphi)$ , що вказує на зону на поверхні отвору в пластині, де реалізується найбільше значення головного напруження  $\sigma_1$**

| φ, град             | 0  | 7.5  | 15    | 22.5  | 30   | 37.5 | 45   | 52.5 | 60   | 67.5 | 75   | 82.5 | 90 |
|---------------------|----|------|-------|-------|------|------|------|------|------|------|------|------|----|
| ЭДТ-10 / ТС 36S-12К | 90 | 84.2 | 78.2  | 69.0  | 60.4 | 54.5 | 43.9 | 39.1 | 33.7 | 24.7 | 17.7 | 6.9  | 0  |
|                     | 90 | 96.9 | 102.7 | 108.8 | –    | –    | –    | –    | –    | –    | –    | –    | –  |
| УОЛ-300-1А          | 90 | 82.6 | 73.6  | 66.2  | 60.2 | 53.1 | 44.3 | 37.4 | 34.1 | 21.6 | 16.3 | 9.2  | 0  |
|                     | 90 | 97.0 | 104.1 | –     | –    | –    | –    | –    | –    | –    | –    | –    | –  |

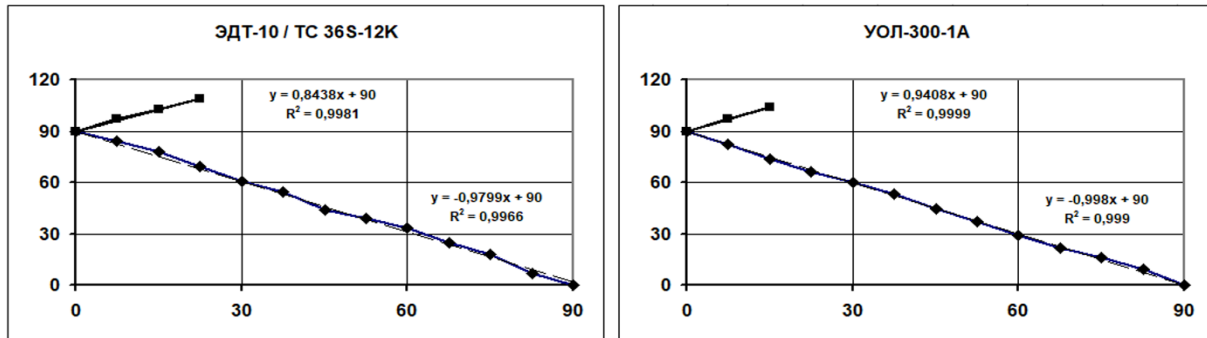


Рис. 2. Графіки функцій таблиці 4

## Висновки

1. Для схем укладання  $[\varphi / -\varphi]_{2S}$  потрібні доволі складні формули (див. криві 1 на рис. 1), які визначають залежності  $(\sigma_1)_{\max}(\varphi)$ .
2. При незначних кутах укладання  $\varphi$  присутні два піки  $(\sigma_1)_{\max}$ , причому спочатку більший з них реалізується при кутах  $\psi(\varphi)$ , більших за 90 градусів (див. рис. 2, ■).
3. Графіки функцій  $\psi(\varphi)$  є практично лінійними.

## Список літератури

1. Рудаков К.Н. Коэффициент концентрации напряжений у контактирующего с болтом нагруженного отверстия в монослое ортотропного композиционного материала / К.Н. Рудаков, Ю.Н. Дифучин, С.А. Бабиенко // Mech. Adv. Technol. #1(85), 2019. – С. 41-48. DOI: 10.20535/2521-1943.2019.85.155702.
2. Рудаков К.М. Концентрация напряжений біля отвору, що контактує з жорстким циліндром, в композитній пластині, з урахуванням бічних зазорів / К.М. Рудаков, Ю.М. Дифучин, Т.А. Бахтоваршов // Mech. Adv. Technol. Vol. 5, No.2, 2021, pp. 183–192. DOI: 10.20535/2521-1943.2021.5.2.2243744.

## Determination of the maximum stresses in the hole in layered composite plates with a stacking scheme $[\varphi / -\varphi]_{2S}$ , loaded with a bolt

**K. Rudakov**

Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute, Kyiv, Ukraine

**Abstract.** When designing bolted joints (BJ), it is necessary, in particular, to carry out their verification calculations for strength. At the same time, it is desirable to use express analysis: calculations based on simple formulas with sufficient accuracy. For BJ plates made of layered polymer composite materials (CFRP), the problem has not yet been solved.

The purpose of the research: to obtain information about the location of zones with maximum stresses and their change schedules in the calculations for finite element method (FEM).

Numerical calculations were carried out using the FEM (contact problem) for the BJ plate made of CFRP. 3D orthotropy of each monolayer was assumed.

New tables were obtained, graphs were constructed, which provide a visual representation of the characteristics of changes in maximum stresses.

**Keywords:** bolted joints; CFRP; layering schemes; stress concentration; strength.