

УДК 531.3:004.94

## Використання імітаційних моделей при викладанні дисципліни Теоретична механіка

В.Ф. Кришталь<sup>1</sup>, О.В. Чкалов<sup>2</sup>

1 – КПІ ім. Ігоря Сікорського, Київ, Україна

2 – Національний університет «Львівська політехніка», Львів, Україна

***Анотація.** Метою викладання дисципліни Теоретична механіка є набуття студентами теоретичних знань з основних законів механіки та оволодіння практичними вміннями в описі механічних процесів через складання їх математичних моделей. Сучасні інформаційні технології надають можливість створювати імітаційні моделі механічних систем у вигляді блок-схем. Застосування такого підходу дозволить оперативно аналізувати вплив зміни параметрів системи та поліпшити сприйняття поданого навчального матеріалу за рахунок використання засобів візуалізації. У представленому матеріалі пропонується використовувати такі моделі при вивченні розділу Динаміка матеріальної точки. Для прикладу представлено імітаційні моделі для дослідження руху вільної матеріальної точки з урахуванням опору середовища, прямолінійних змушених коливань з кінематичним збуренням та відносного руху точки. Кожна з представлених моделей описується відповідним диференціальним рівнянням.*

***Ключові слова:** теоретична механіка, динаміка, моделювання, імітаційна модель.*

Важливою складовою підготовки студентів спеціальності Прикладна механіка є вміння складати та аналізувати математичні моделі динамічних механічних систем. Ці вміння потрібні як при дослідженні поступальних рухів тіл так і у більш складних випадках, наприклад, у механізмах передавання і перетворення руху. Основа цих вмінь закладається навчальними дисциплінами першого та другого курсів навчання, до яких відноситься також теоретична механіка. Спираючись на закони та теореми динаміки, разом з кінематичними залежностями в теоретичній механіці подаються основи по створенню математичних моделей. Отримані моделі виражаються диференціальними або інтегро-диференціальними співвідношеннями, розв’язання яких здійснюється методами математичного аналізу або чисельними методами.

Нарівні з цим, сучасний розвиток інформаційних технологій надає можливість створювати імітаційні моделі механічних систем у вигляді блок-схем. Уміння створювати імітаційні моделі механічних систем для завдань аналізу та синтезу є важливим надбанням сучасного інженера. Вказані можливості мають ряд програмних продуктів, наприклад, MatLab [1], а також OpenModelica та SciLab [2-4], які мають відкритий доступ.

У даному викладі пропонується використання імітаційних моделей MatLab Simulink як засіб візуалізації та аналізу результатів при викладанні розділів Динаміка матеріальної точки, Прямолінійні коливання точки, Динаміка відносного руху точки дисципліни Теоретична механіка. Це дозволить створювати моделі наближені до реальної механічної системи, також зробити можливість швидкої зміни параметрів системи та відповідного аналізу результатів та формулювання висновків, тобто зробити викладання схожим на дослідження.

Одним з питань розділу Динаміка матеріальної точки є розв’язання оберненої задачі динаміки. Тут множина задач включає, наприклад, дослідження руху матеріальної точки в середовищі при заданих початкових умовах. Використовуючи систему моделювання Simulink математичного пакету MatLab імітаційна модель для дослідження руху матеріальної точки у середовищі може бути подана у вигляді блок-схеми, поданої на рис. 1.

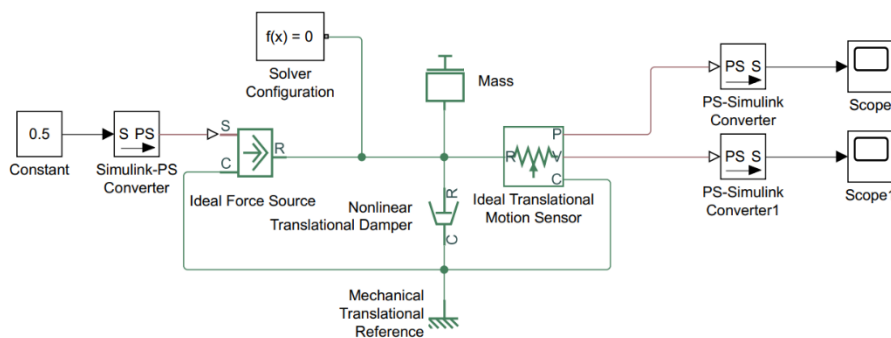


Рис. 1. Блок-схема для дослідження руху матеріальної точки з урахуванням опору середовища

Дана модель відповідає диференціальному рівнянню

$$m\dot{v} + \mu v^k = F \tag{1}$$

Задання маси  $m$ , коефіцієнта  $\mu$  сили опору відбувається у блоках Mass та Nonlinear Translation Damper відповідно. В останньому блоці також можна вибрати показник степеня  $k$ . Задати активну силу  $F$ , прикладену до точки, як сталу за значенням, можна у блоці Constant, або у іншому з набору блоків Sources. Початкову умову за швидкістю можна задати у блоці Mass. Залежність швидкості  $v$  та координати точки від часу можна спостерігати за допомогою блоків Scope.

До більшості навчальних курсів дисципліни Теоретична механіка [5-7] включається дослідження прямолінійних коливань точки з лінійною характеристикою пружних елементів. Важливість оволодіння знаннями з цієї теми викликана присутністю коливальних процесів у різного роду технічних системах.

В літературі можна зустріти використання імітаційних моделей для дослідження вільних пружно-в'язких коливань [8] та змушених коливань з силовим збуренням. Останні реалізуються елементами з набору блоків Sources та блоком Ideal Force Source як джерела сили.

Вимушені коливання можуть виникати також при кінематичному збуренні за рахунок заданого за певним законом переміщення  $u(t)$  вільного кінця пружного елемента (рис. 2). Дослідження таких коливань має важливе значення при створенні систем віброзахисту.

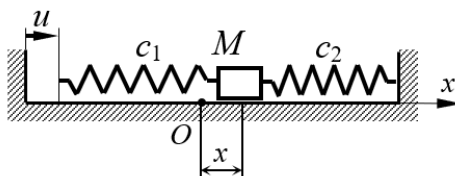
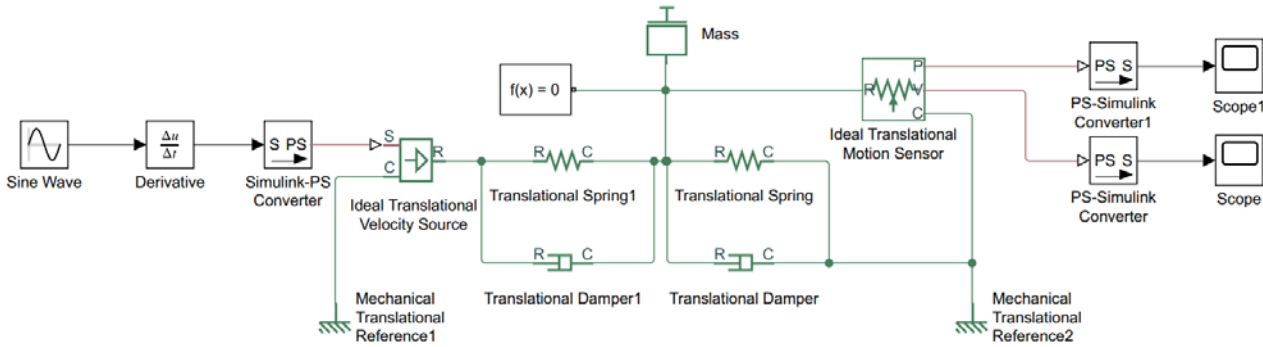


Рис. 2. Кінематичне збурення прямолінійних коливань

Особливість реалізації імітаційної моделі в MatLab Simulink у цьому випадку полягає у відсутності задання переміщень певним окремим блоком, оскільки змінною моделювання, як відомо, є швидкість.

Для задання переміщень можна використати, наприклад, блок синусоїдального сигналу Sine Wave, у якому задаються параметри переміщення  $u(t)$ , та блок диференціювання Derivative за часом цього сигналу. З виходу блоку Ideal Translational Velocity Source сигнал подається на вільний кінець пружного елемента (рис. 3).



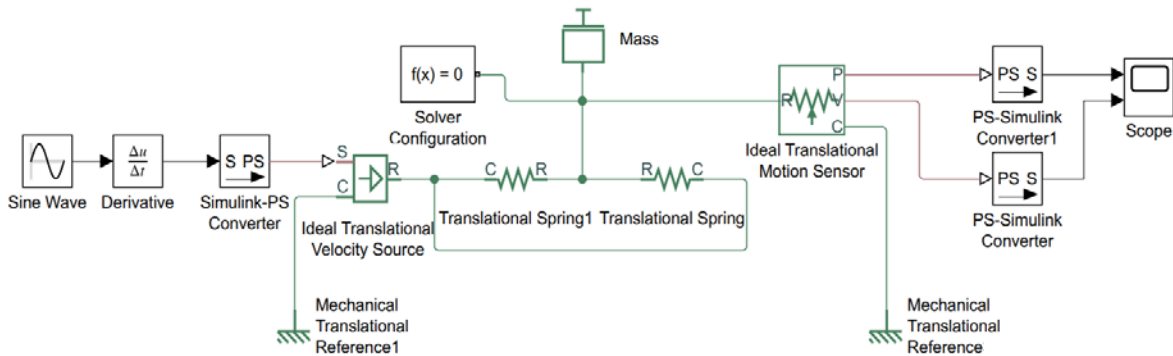
**Рис. 3. Блок-схема для дослідження змушених коливань з кінематичним збудженням**

Представлений блок-схемі відповідає диференціальне рівняння руху

$$m\ddot{x} + \mu\dot{x} + (c_1 + c_2)x = -c_1u(t). \quad (2)$$

Коефіцієнти жорсткості  $c_1, c_2$  пружних елементів та коефіцієнт в'язкого тертя  $\mu$  задаються у блоках Translational Spring та Translational Damper.

Моделювання відносного руху матеріальної точки, закріпленої між двох пружин, у випадку заданого закону переносного руху основи  $u(t)$ , на якій пружини зафіксовано, можна зробити за моделлю на рис. 4.



**Рис. 4. Модель до дослідження відносного руху точки**

Відповідне диференціальне рівняння відносного руху точки має вигляд:

$$m\ddot{x}_r + (c_1 + c_2)x_r = -m\ddot{u}(t) \quad (3)$$

Під'єднуючи вихід С блоку Ideal TM Sensor до виходу R блоку Ideal TV Sources або до блоку Mechanical Translational Reference можна визначити характер зміни відносної координати  $x_r$  або абсолютної координати  $x = x_r + u$ , відповідно.

Таким чином, використання імітаційних моделей є додатковим засобом у вивченні та у дослідженні динаміки механічних систем. Інструментарій сучасних програм дозволяє за короткий час створювати модель механічної системи, визначати вплив її структури та параметрів на вихідні змінні. Різні засоби візуалізації отриманих результатів можуть сприяти кращому сприйняттю та засвоєнню поданої навчальної інформації. Отримані навички можуть бути корисними при вивченні дисциплін Теорія систем автоматичного керування, Комп'ютерне проектування та інших.

## Список літератури

1. Струтинський В.Б. Математичне моделювання процесів та систем механіки: Підручник.- Житомир: ЖІТІ, 2001. - 612 с.
2. Fritzson P. A. Principles of Object Oriented Modeling and Simulation with Modelica 3.3: A Cyber-Physical Approach / Peter A. Fritzson. – Printed in the United States of America: Wiley-IEEE Press, 2015. – 1256 p. – (2nd edition).
3. Tiller M. M. Modelica by Example. [Електронний ресурс] / М. М. Tiller — Режим доступу до ресурсу: <http://book.xogeny.com>.
4. URL: <https://www.scilab.org/en/resources/documentation/tutorials>
5. Теоретична механіка: підручник для студентів вищих навчальних технічних закладів III-IV рівнів акредитації / І.В. Кузьо [та ін.]. - Харків: Фоліо, 2017. – 778 с.
6. Теоретична механіка: Збірник задач/ О. С. Апостолок, В. М. Воробйов, Д. І. Ільчишина та ін. За ред. М. А. Павловського. – К.: Техніка, 2007. – 400 с.
7. Губська, В. В. Теоретична механіка: Динаміка: Практикум [Електронний ресурс] : навчальний посібник для студентів спеціальності 131 «Прикладна механіка», спеціалізацій «Інструментальні системи інженерного дизайну», «Технології комп'ютерного конструювання верстатів, роботів та машин» / В. В. Губська, В. Ф. Кришталь ; КПІ ім. Ігоря Сікорського. – Електронні текстові дані. Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2019. 98 с.
8. Hroncova, D., Pastor, M. (2013). Mechanical System and SimMechanics Simulation. *American Journal of Mechanical Engineering*, 1(7), 251-255, DOI: 10.12691/ajme-1-7-20.

## Using Simulation Models in Teaching Theoretical Mechanics

V. Kryshtal, O. Tchkalov

Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute, Kyiv, Ukraine

Lviv Polytechnic National University, Lviv, Ukraine

**Abstract.** The purpose of teaching the discipline Theoretical Mechanics is to provide students with theoretical knowledge of the basic laws of mechanics and master practical skills in describing mechanical processes through the compilation of their mathematical models. Modern information technologies provide the opportunity to create simulation models of mechanical systems in the form of block diagrams. The use of such an approach will allow for the prompt analysis of the impact of changes in system parameters and improve the perception of the presented educational material through the use of visualization tools. The presented material suggests using such models when studying the section Dynamics of a Material Point. As an example, simulation models are presented for studying the motion of a free material point taking into account the resistance of the environment, rectilinear forced oscillations with kinematic perturbation and relative motion of the point. Each of the presented models is described by the corresponding differential equation.

**Keywords:** theoretical mechanics; dynamics; modeling; simulation model.