

Чисельно-аналітичний метод прогнозування довговічності волокнистих композитних матеріалів за умов двовісного циклічного навантаження

Б.П. Маслов

Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України, Київ, Україна

Анотація: запропоновано чисельно-аналітичний метод прогнозування довговічності волокнистих композитних матеріалів за умов двовісного циклічного навантаження. Застосована модель нелінійної пружної поведінки волокнистих композитів випадкової структури під дією складного напруженого стану. Задача механіки про визначення напружено-деформованого стану в матриці і волокнах розв'язана в рамках фізично нелінійної теорії пружності із застосуванням чисельних методів. Для прогнозування довговічності анізотропного у макрооб'ємі композиту використано критерій Хашина, причому вплив параметру середнього за цикл статичного напруження в матриці оцінено із врахуванням ефекту зміцнення. Розглянуто методику визначення еквівалентного напруження, що використовується при асиметричному двовимірному навантаженні. Показано вплив середнього напруження на характеристики втоми матриці із нелінійним зміцненням. Наведено приклади, що ілюструють важливість взаємного впливу нелінійних пружних та анізотропних властивостей композиту на перерозподіл напружень у волокнах та матриці. Як практичний результат можна відзначити можливість прогнозування довготривалої міцності матеріалу, коли поле циклічних напружень визначено в околі включень. Для детального аналізу локальних полів напружень та конкретизації виду складного навантаження в елементах структури виконано чисельний аналіз, із використанням скінчено-елементних програм для одиначної, утворюючої комірки в контексті випадкової гомогенізації.

Ключові слова: волокнистий композит; нелінійна матриця; циклічні напруження; трансверсальні інваріанти; еквівалентність; комп'ютерне моделювання

Проблематика

Фундаментальною проблемою механіки композитних матеріалів є моделювання опору втоми при комбінованому циклічному навантаженні [1, 2]. Ця проблема вважається набагато більш важливою стосовно волокнистих композитів аніж для суто металевих виробів [3, 4]. Різниця полягає в тому, що в багатьох практично важливих випадках попередній напружений стан традиційних однорідних матеріалів може вважатися одновимірним. Отже параметри опору втоми можна визначити при циклічному навантаженні напруженнями зі сталою амплітудою згідно з існуючими $\sigma_a - n_R$ кривими для відповідного напруженого стану [6]. З іншого боку навіть для простіших композитних структур типу шаруватих, армованих односпрямленими волокнами, напружений стан в кожному шарі є локально тривимірним. Це призводить до необхідності формулювання критеріїв руйнування від втоми під дією комбінованого навантаження.

Міцність і довговічність композитів залежить від величини середніх σ_m або максимальних σ_{mqx} за цикл навантаження напружень в матриці і волокнах, кількості циклів n та ін. [2, 6]. При цьому волокнисті композити виявляють анізотропні властивості. Це вимагає створення узагальнених моделей деформування, оскільки в мікроструктурі реалізується не одновимірний напружений стан. Важливим є вивчення мікроструктурних напружень і деформацій, особливо у випадках циклічного зовнішнього впливу.

Мета дослідження

Основоположне практичне значення має прогнозування наведених макроскопічних пружних характеристик. У монографії [1] отримано розв'язки задач знаходження ефективних пружних постійних нелінійних пружних композитів. У цій роботі розглянемо пружний трансверсально ізотропний композитний матеріал з випадковою структурою в площині перпендикулярній напрямку армування [7, 8]. В межах теорії пружності малих деформацій

визначальне співвідношення між деформаціями і напруженнями вважаємо фізично нелінійним, відповідно до модельних уявлень [1, 9–11]. Тензор деформацій $\epsilon^{(n)}$ залежить від компонент тензора напружень $\sigma^{(n)}$ [1, 9]

$$\begin{aligned} e_{ij} &= a_1 \sigma_{kk} \delta_{ij} + a_2 \sigma_{ij} + a_3 (\sigma_{eq})^{n-1} \sigma_{ij}^d, \\ \sigma_{eq} &= \left(\frac{3}{2} \sigma_d \cdot \sigma_d \right), \quad \sigma = \sigma_d + \sigma_m. \end{aligned} \quad (1)$$

Розглянемо матеріал із нелінійно пружною матрицею, яка армована високомодульними ізотропними волокнами. Їх поведінка залишається лінійно пружною до моменту руйнування. Напрямок армування задаємо вектором $\mathbf{n} = (n_1, n_2, n_3) = (0, 0, 1)$. Отже, макроскопічні напруження $\bar{\sigma}$ та деформації $\bar{\epsilon}$ трансверсально ізотропного композиту пов'язані співвідношеннями

$$\begin{aligned} \sigma_{\alpha\beta} &= \left[(k-m) e_{\gamma\gamma} + l e_{33} \right] \delta_{\alpha\beta} + 2\mu_T e_{\alpha\beta} \\ \sigma_{33} &= l e_{\gamma\gamma} + r e_{33}; \\ \sigma_{a3} &= 2\mu_L e_{a3}, \quad (\alpha, \beta, \gamma = 1, 2), \end{aligned} \quad (2)$$

причому

$$k = \frac{1}{2} \left(\frac{1-\nu_T}{E_T} - 2 \frac{\nu_L^2}{E_L} \right)^{-1}; \quad l = 2k\nu_L; \quad r = 2k \frac{E_L}{E_T} (1-\nu_T); \quad \mu_T = G_T; \quad \mu_L = G_L; \quad (3)$$

де E_T, E_L - поперечний та поздовжній модулі Юнга, G_T, G_L - поперечний та поздовжній модулі зсуву, ν_T, ν_L - поперечний та поздовжній коефіцієнти Пуассона, відповідно.

Методика реалізації

Матрицю композиту вважаємо ізотропною та такою, що деформується нелінійно, виявляючи ефект зміцнення [1, 4, 5].

$$\sigma = C\epsilon + \gamma e_{eq}^n \mathbf{I}_d \epsilon; \quad e_{eq} = \left(\frac{2}{3} \epsilon_d \cdot \epsilon_d \right), \quad \gamma = -2Gh. \quad (4)$$

Тут $C_{ijmn}(\mathbf{x})$ - випадковий тензор пружних модулів лінійної теорії, $\gamma(\mathbf{x})$ - випадковий коефіцієнт, що характеризує зміцнення, I_{ijmn}^d - девіаторна складова одиничного тензору [1, 3]. Осереднюємо співвідношення (4)

$$\bar{\sigma} = \sum_{r=1}^2 c_r C^{(r)} \bar{\epsilon}^{(r)} + c_m \gamma^{(m)} [e_{eq}^n (\bar{\epsilon}_{eq}^{(m)})]^n \mathbf{I}_d \bar{\epsilon}^{(m)}, \quad (5)$$

Таким чином зводимо задачу гомогенізації [1, 3, 4] до визначення середніх деформацій компонентів $\bar{\epsilon}^{(r)}$ ($r = 1, 2$) через відомі макроскопічні деформації $\bar{\epsilon}$. Рівняння рівноваги для цього випадку мають вигляд [1, 7]

$$L_{ijab} u'_{b,aj} = - \left[(C_{ijab} - L_{ijab}) e_{ab} - \gamma e_{eq}^n I_{ijab}^d e_{ab} \right]_{,j}, \quad (6)$$

де $u'_j(\mathbf{x})$ - випадкові флуктуації переміщень L^{ijab} - сталий ізотропний тензор. За допомогою функції Гріна для ізотропного середовища з тензором пружності L_{ijab} (6) можна звести до інтегрального рівняння типу Ліппманна-Швінгера, що визначає локальне поле деформацій [1, 4]

$$\epsilon' = \Gamma * \left[(C - L) \epsilon + \gamma e_{eq}^n \mathbf{I}_d \epsilon \right]. \quad (7)$$

Після деяких перетворень [7, 11], отримуємо систему нелінійних алгебраїчних рівнянь. Її розв'язок можна знайти одним із варіантів чисельно-аналітичного методу ітерацій [4]. В результаті знаходимо закон зв'язку напружень та деформацій для композиту, армованого односпрямленими ізотропними волокнами

$$\begin{aligned}\bar{\sigma}_{\alpha\beta} &= \left[(\tilde{k} - \tilde{m}) \tilde{e}_{\gamma\gamma} + \tilde{l} \tilde{e}_{33} \right] \delta_{\alpha\beta} + 2\tilde{\mu}_T e_{\alpha\beta}; \\ \bar{\sigma}_{33} &= \tilde{l} \tilde{e}_{\gamma\gamma} + \tilde{r} \tilde{e}_{33},\end{aligned}\quad (8)$$

де тільки дою помічено величини, залежні від параметру, що характеризує ступінь зміцнення.

Результати дослідження

В анізотропному середовищі типу (8) еквівалентні напруження виразимо через систему відповідних інваріантів [5, 8]

$$\begin{aligned}\sigma_{eq}^2 &= \frac{3}{2} (\sigma_d \cdot \sigma_d) = \sum_{m=1}^5 \beta_m T_m, \quad \beta_1 = -\frac{1}{2}, \beta_2 = -1, \beta_3 = 1, \beta_4 = \frac{3}{2}, \beta_5 = 3. \\ T_1 &= \sigma_{aa}^2; \quad T_2 = \sigma_{aa} \sigma_{33}; \quad T_3 = \sigma_{33}^2; \quad T_4 = \sigma_{ab} \sigma_{ab}; \quad T_5 = \sigma_{a3} \sigma_{3a}, \quad (a, b = 1, 2);\end{aligned}\quad (9)$$

Використаємо надалі критерій запропонований в роботі [2] для визначення руйнування матриці або волокон у композиті. Запишемо його у вигляді

$$\begin{aligned}\frac{(\sigma_{11} + \sigma_{22})^2}{\sigma_T^2} + \frac{\sigma_{12}^2 - \sigma_{11} \sigma_{22}}{\tau_T^2} + \frac{\sigma_{23}^2 + \sigma_{31}^2}{\tau_L^2} &= 1, \\ \sigma_T &= \sigma_T(R, n), \quad \tau_L = \tau_L(R, n), \quad \tau_T = \tau_T(R, n).\end{aligned}\quad (10)$$

Тут рівень асиметрії циклу напружень задається коефіцієнтом R . Тобто за умов симетричного циклу навантаження $\sigma_m = 0$ маємо $R = -1$. Трансверсальна межа короткочасної міцності позначена σ_T , τ_L - межа міцності на зсув у поздовжній площині, τ_T - межа міцності на зсув у поперечній площині. При отриманні застосована система інваріантів трансверсально ізотропної пружності [2, 8]

$$\begin{aligned}I_1 &= \sigma_{33}, \quad I_2 = \sigma_{11} + \sigma_{22}, \quad I_3 = \sigma_{12}^2 - \sigma_{11} \sigma_{22} = \frac{1}{4} (\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + \sigma_{12}^2, \\ I_4 &= \sigma_{23}^2 + \sigma_{13}^2, \quad I_5 = 2\sigma_{12} \sigma_{31} \sigma_{32} - \sigma_{11} \sigma_{31}^2 - \sigma_{22} \sigma_{32}^2.\end{aligned}\quad (11)$$

Єдина ізохронна діаграма граничних напружень у нормованій системі координат інваріантна по відношенню до числа циклів до руйнування. Звідси, виходячи із визначення еквівалентного напруження, для величини σ_{eqv} можна отримати співвідношення

$$\sigma_{eqv} = \sigma_a \left[\cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\sigma_m}{\sigma_B}\right) \right]^{-\lambda}. \quad (12)$$

Тут σ_{eqv} фактично дорівнює обмеженому значенню границі втоми за умов симетричного циклу напружень при $\sigma_m = 0$; σ_B - межа короткочасної міцності матеріалу; λ - матеріальна константа.

На рис. 1а зображено розрахункові графіки зміни параметру σ_a / σ_{eqv} від середнього напруження σ_m , обчислені за різними методами. Рис. 1б ілюструє вплив середнього напруження на форму кривої втоми. Розрахунки зроблено із використанням пружних параметрів алюмінієвої матриці Al2024.

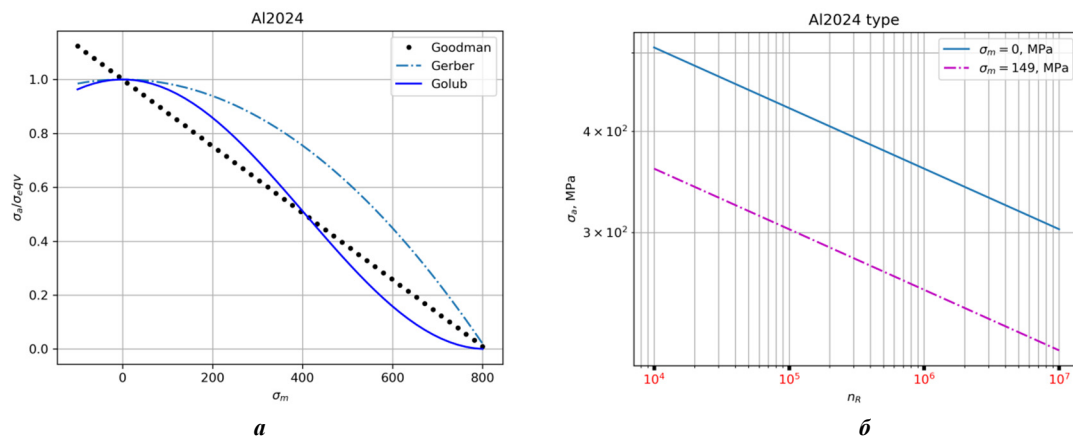


Рис. 1. Залежність параметру σ_a / σ_{eqv} від величини статичного напруження σ_m (а) та вплив параметру середнього напруження на форму кривої втоми (б). Розглянуто на прикладі матриці композиту Al2024/

Висновки

Запропонована методика базується на моделюванні напруженого стану в мікроструктурі волокнистого композитного матеріалу та застосуванні критерію опору втоми для анізотропного середовища. Для детального аналізу локальних полів напружень і конкретизації виду складного навантаження в елементах структури виконано чисельний аналіз, що базується на скінчено-елементному аналізі одиначної, утворюючої комірки в контексті схеми випадкової гомогенізації. Розглянуто композитні системи типу алюміній-бор на основі сплавів декількох класів (Al 1100, 2024, 6061) із різним ступенем зміцнення. Проведено порівняння розрахункових та експериментальних [2, 6] кривих опору втоми при навантаженні вздовж та поперек осі армування.

Список літератури

1. Механика композитов (под общей ред. Гузя А.Н.): в 12-и томах. Т. 3. Хорошун Л.П., Маслов Б.П., Шичула Е.Н. и др. Статистическая механика и эффективные свойства материалов. – Киев: Наук. думка, 1993. 390с.
2. Hashin Z. Fatigue Failure Criteria for Unidirectional Fiber Composites Transactions of the ASME. 1981, 48, No 12, 846-852.
3. Aboudi J., Arnold S., Bednarczyk B. Micromechanics of Composite Materials. Elsevier. 2013. 1011 p.
4. Besson J., Cailletaud G., Chaboche J.L., Forest S. Non-Linear Mechanics of Materials. Springer Dordrecht Heidelberg London New York, 2010, 450p.
5. Asaro R.J., Lubarda V. A. Mechanics of Solids and Materials. Cambridge University Press, 2006, 880 p.
6. Голуб В.П. Классические критерии разрушения в решении задач усталости при двухосном комбинированном нагружении // Вісник НТУУ «КПІ». Серія «Машинобудування», 2014. – №72. pp. 109–117.
7. Maslov B. Stress concentration in nonlinear viscoelastic composites // Mechanics and Advanced Technologies, 2017, N1 (79), pp. 5–10.
8. Balbi V., Shearer T., Parnell W.J. A modified formulation of quasi-linear viscoelasticity for transversely isotropic materials under finite deformation // Proc. R. Soc.- 2018.- A 474, 20180231.
9. Маслов Б.П., Бугай С.Н. Нелинейное деформирование и прочность стохастических композитов с поврежденной матрицей. – Механика композитных материалов. – 1991. – №5. – С. 796-803.
10. Maslov B.P. Predicting fatigue life of short fiber reinforced viscoelastic composites // Матеріали XIX-МНТК «Прогресивна техніка, технологія та інженерна освіта». – Київ: ММІ НТУУ „КПІ” ім. Ігоря Сікорського, 2019. pp. 18–21.
11. Maslov B.P. Nonlinear hereditary creep of isotropic composites of random structure // Int. Appl. Mech., 2022. 58, N 1. pp. 75–90.

Numerical analytical method of predicting the durability of fibrous composite materials under conditions of biaxial cyclic loading

B. Maslov

Abstract. A combined numerical-analytical method for predicting the durability of fibrous composite materials under conditions of biaxial cyclic loading is proposed. The model of nonlinear elastic behavior of random composites is used. The mechanics problem of determining the stress-strain state in the matrix and fibers is solved within the framework of the physically nonlinear theory of elasticity with the use of numerical methods. To predict the durability of an anisotropic composite in the macro volume, the matrices strengthening effect were used. The method of determining the equivalent stress used for asymmetric two-dimensional loading is considered. The influence of the average stress on the fatigue characteristics of the matrix with nonlinear strengthening is shown. Examples are given that illustrate the importance of the mutual influence of nonlinear elastic and anisotropic properties of the composite on the redistribution of stresses in the fibers and the matrix. As a practical result, we can note the possibility of predicting the long-term strength of the material when the field of cyclic stresses is determined in the vicinity of the inclusions. For a detailed analysis of local stress fields and specification of the type of complex load in structural elements, a numerical analysis was performed using finite element programs for a single, forming cell in the context of random homogenization.

Keywords: fibrous composite; non-linear matrix; cyclic stresses; transversal invariants; equivalence; computer simulation.